



2020/2

SUPPORT
pentru pregătirea la
EVALUAREA NAȚIONALĂ
CLASA A VIII-A

MUNKAFÜZET
az ORSZÁGOS ÉRTÉKELÉSRE
való felkészüléshez

VIII. osztály

Kedves diákok!

Elkészült a felkészítő füzet második része is. Ugyanazzal a céllal készítettük el, hogy **segítségetekre legyünk a nyolcadikos vizsgára történő felkészülésetekben**. A munkafüzet tantárgyakra osztott fejezeteiben olvasható tananyagok **segítik az ismétlést, támogatnak a különböző feladattípusok megismerésében, megértésében és megoldásában**, illetve **lehetőséget adnak gyakorlatok, feladatok önálló elvégzésére**.

Munkafüzetünk **négy részből áll**, amelynek **szerkezete**, a nyolcadikos vizsgáitok sorrendjét követi, és pedig: **Román nyelv és irodalom, Matematika (román és magyar nyelvű változatok) és Magyar nyelv és irodalom**.

Bármilyen kérdésed van, forduljatok bizalommal **telefonon** tanáraitokhoz, **az alább megadott elérhetőségeken**. **HAMAROSAN ÉRKEZIK A KIADVÁNY MÁSODIK RÉSZÉ IS!**

Kitartást kívánunk a felkészüléshez, jó egészséget mindannyiatoknak és sok sikert a vizsgákon!

A kezdeményezők és a szerzők.

NEM ÉRTED A LECKÉT? KÉRDÉSED VAN? HÍVD BÁTTRAN TANÁROD!

Román nyelv és irodalom tanárom neve és telefonszáma

Matematika tanárom neve és telefonszáma

Magyar nyelv és irodalom tanárom neve és telefonszáma

Dragi elevi!

Țineți în mână partea a doua a Suportului de curs pentru pregătirea la Evaluarea Națională. Prin prezenta publicație **dorim să venim în ajutorul vostru și să vă susținem în eforturile voastre pentru pregătirea la Evaluarea Națională**. Suportul realizat **susține recapitularea materiei, sprijină cunoașterea, înțelegerea și rezolvarea diferitelor tipuri de subiecte**, respectiv **asigură posibilitatea autoevaluării cunoștințelor dobândite**.

Suportul pentru pregătirea la Evaluarea Națională **este structurat în patru capitole**, ordinea acestora urmând succesiunea examenelor naționale: **Limba și literatura română, Matematică** (variante în limba română și maghiară), respectiv **Limba și literatura maternă maghiară**.

În cazul în care aveți întrebări în legătură cu lecțiile de pregătire **contactați-vă profesorii** prin intermediul **datelor de contact de mai jos**. **ÎN CURÂND SOSEȘTE ȘI PARTEA A DOUA A PUBLICAȚIEI!**

Vă dorim în continuare multă perseverență în pregătire, sănătate pentru toți și mult succes la Evaluarea Națională!

Inițiatorii și autorii

NU ÎNȚELEGI LECȚIA? AI ÎNTREBĂRI? CONTACTEAZĂ-ȚI PROFESORUL!

Numele profesorului meu (Lb. lit. română)..... Nr. telefon:

Numele profesorului meu (Matematică) Nr. telefon:

LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ

Dragi elevi, viitori absolvenți ai clasei a VIII-a,

Evenimentele din ultimul timp au făcut să nu vă mai puteți întâlni la școală, să recapitulați, să vă pregătiți împreună pentru **Evaluarea Națională 2020**. Profesorii s-au gândit la emoțiile voastre și au încercat să vă ajute. De aceea, au realizat emisiuni, lecții pe internet sau lecții de pregătire pe suport tipărit, așa cum este acest material.

Venim în ajutorul vostru cu un **JURNAL DE PREGĂTIRE** în care găsiți **noțiuni teoretice și exemple practice de rezolvare**. Materialul nostru vizează multe dintre cerințele din **TESTELE DE ANTRENAMENT** ale Ministerului Educației și Cercetării.

Citiți, recapitulați, rezolvați, autoevaluați-vă, revedeți noțiunile care v-au creat greutate în rezolvarea testelor!

Autoarele

Vă supunem atenției erata de mai jos: prima parte, pagina 10.

Apró pontosításra hívjuk fel figyelmüket. A munkafüzet első részének 10. oldalán az alábbi részt tekintjük helyes változatnak.

Tema^{1/} pe care a rezolvat-o^{2/} a fost ușoară.^{1/}

1 = propoziție principală

2 = propoziție subordonată atributivă

JURNAL DE PREGĂTIRE (VI)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* basmul popular Testul 2: Subiectul I., B.	cuvânt monosilabic: <i>eu, joc, bloc, roz</i>	*arhaisme	* pronume/ adjectiv pronominal posesiv	* pronume/ adjectiv pronominal de întărire	* pronume/ adjectiv pronominal demonstrativ
* compunere narativă Testul 16: Subiectul al II-lea, B.	virgula	verb: modul gerunziu <i>cântând, având, făcând, fugind, vorbind</i>	adverb de loc: <i>aici;</i> adverb de timp: <i>acum;</i> adverb de mod: <i>prietenește</i>	*tipuri de subordonate introduse prin conjuncția subordonatoare <i>dacă</i>	* propoziții subordonate cerute de termeni regenți diferiți

***basmul popular**

Testul 2: Subiectul I., B. – Text suport: *Ileana Cosânzeana, din costiță-i floarea cântă, nouă-împărății ascultă*
Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară a basmul popular a textului dat.
16 puncte

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi patru trăsături ale basmului;
(*Cele patru trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a a speciei literare.*)
- să prezinți detaliat două trăsături ale basmului, valorificând fragmentul dat;
(*Citește cu atenție textul suport și hotărăște care trăsături poți să le illustrezi mai bine. Nu uita! Lumea basmului este o lume a fantasticului.*)
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.
(*După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.*)

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile din „DREPTUNGHUL MAGIC”:

<p>◇ basm popular Basmul popular este o operă epică, în care forțe ale binelui se luptă cu forțe ale răului, iar binele învinge totdeauna. Fiind o operă literară populară, are caracter anonim, oral, colectiv și sincretic. Într-un basm se împletesc întâmplări reale cu întâmplări fantastice. La aceste întâmplări participă personaje ce simbolizează binele și răul.</p> <p>◇ temă Tema basmului este lupta dintre bine și rău.</p> <p>◇ formule specifice Basmul are formule specifice:</p> <ul style="list-style-type: none"> - formula inițială (ex. „A fost odată ca niciodată...”; „Era odată...”); - formule mediane (ex. „merse, merse”, „se luptară, se luptară”); - formula finală (ex. „Și-am încălecat pe-o șa și v-am spus povestea așa.”). <p>Basmul popular „Ileana Cosânzeana, din costiță-i floarea cântă, nouă-împărății ascultă” se deschide cu formula inițială „Era odată...”</p>	<p>◇ acțiunea Basmul are un singur fir epic. În basmul „Ileana Cosânzeana, din costiță-i floarea cântă, nouă-împărății ascultă” se povestește despre un împărat care avea trei fete și un băiat. Când împăratul era pe patul de moarte, l-a chemat pe fiul său și i-a dat niște sfaturi: i-a lăsat împărăția să o conducă, l-a sfătuit să fie un bun conducător, să nu facă baie în lacul zânelor. Bătrânul îi atrage atenția că încălcarea acestui sfat, îi va aduce multe neazuri. După ce a murit împăratul, fiul său a devenit împărat și a început să se gândească la ceea ce a aflat despre lacul zânelor. În basme apar întâmplări fantastice: baia în lacul zânelor și neazurile care apar după aceea, lacrimi, trudă cumplită sau chiar moartea.</p>
--	---

<p>◇ <i>cadru acțiunii, numere magice, personaje fantastice etc.</i></p> <p>Într-un basm, timpul este vag, pierdut într-un trecut îndepărtat („<i>odată</i>”). În basme, spațiul este specific (ex. acțiunea se petrece pe tărâmul acesta și pe tărâmul celălalt).</p> <p>Lumea basmului este o lume a fantasticului. În această lume există <u>numere magice</u> (<i>trei, șapte etc.</i>), <u>personaje fantastice</u> (<i>zmei, zâne etc.</i>), <u>obiecte miraculoase</u> (<i>măr de aur, furca de aur care toarce singură etc.</i>)</p> <p>În basmul popular „Ileana Cosânzeana, din costiță-i floarea cântă, nouă-împărății ascultă” sunt trei fete, trei împărați, veselie a ținut trei zile și trei nopți.</p>	<p>◇ <i>personaje</i></p> <p>Într-un basm sunt multe personaje. Ele sunt simboluri ale binelui și simboluri ale răului.</p> <p>În textul suport, personaje – simboluri ale binelui sunt: împăratul, fetele, fiul de împărat, strămoșii. Personajele – simboluri ale răului nu apar în fragmentul citat (se subînțelege că ele ar putea fi zânele, pentru că baia în lacul zânelor aduce necazuri, lacrimi, trudă cumplită sau chiar moartea).</p> <p>Într-un basm, există un personaj principal, un erou. În acest basm popular, <i>eroul este fiul cel mic de împărat, pentru că el este cel care se gândește la acel lac, chiar dacă tatăl său l-a sfătuit să nu meargă acolo.</i></p>
--	--

***arhaisme** (cuvinte ieșite din uz, forme vechi ale unor cuvinte): *ienicer* (soldat din vechea infanterie turcească), *pre* (pe), *flintă* (pușcă folosită în trecut), *coprinde* (cuprinde), *inime* (inimi) etc.

***pronume/ adjectiv pronominal posesiv**

PRONUME POSESIV (înlocuiește obiectul posedat și numele posesorului obiectului)	ADJECTIV PRONOMINAL POSESIV (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
al meu, al tău, al său, al nostru, al vostru <i>S-a întâlnit cu al tău.</i>	<i>S-a întâlnit cu fratele tău.</i>
a mea, a ta, a sa, a noastră, a voastră <i>A voastră este inteligentă.</i>	<i>Sora voastră este inteligentă.</i>
ai mei, ai tăi, ai săi, ai noștri, ai voștri <i>Ai stat lângă ai mei.</i>	<i>Ai stat lângă antrenorii mei.</i>
ale mele, ale tale, ale sale, ale noastre, ale voastre <i>Ale mele au dispărut.</i>	<i>Caietele mele au dispărut.</i>
alor mei, alor tăi, alor săi, alor noștri, alor voștri <i>Alor voștri nu le spune nimic.</i> (<i>alor voștri</i> – pronume posesiv, cazul dativ) Răspunsurile <i>alor voștri</i> au fost corecte. (<i>alor voștri</i> – pronume posesiv, cazul genitiv)	-

***pronume/ adjectiv pronominal de întărire**

PRONUME DE ÎNTĂRIRE - azi este considerat arhaism	ADJECTIV PRONOMINAL DE ÎNTĂRIRE (însoțește un substantiv sau un pronume, insistând asupra acestora)
	însumi, însămi, însuși, însuși, înșine etc.
	Directorul <i>însuși</i> le-a vorbit elevilor. Noi <i>înșine</i> putem găsi soluții la probleme. Nouă <i>însene</i> ne-a venit această idee bună.

***pronume/ adjectiv pronominal demonstrativ**

PRONUME DEMONSTRATIV (arată apropierea, depărtarea, identitatea sau diferențierea)	ADJECTIV PRONOMINAL DEMONSTRATIV (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
<ul style="list-style-type: none"> de apropiere: acesta, aceasta, aceștia, acestea, acestuia, acesteia, acestora <i>Ai vorbit cu acesta.</i> <i>Acestora le place muzica.</i> 	<i>Ai vorbit cu acest prieten.</i> <i>Acestor fete le place muzica.</i>
<ul style="list-style-type: none"> de depărtare: acela, aceea, aceia, acelea, acelaia, aceleia, acelor <i>Am colaborat cu aceia.</i> <i>Temele acelor sunt bune.</i> 	<i>Am colaborat cu acei băieți.</i> <i>Temele acelor eleve sunt bune.</i>

<ul style="list-style-type: none"> de identitate: același, aceeași, aceiași, aceleși, același, aceleiași, acelorași Discuțăm despre <i>același</i> . <i>Acelorași</i> le arătăm picturile.	Discuțăm despre <i>același</i> eveniment. <i>Acelorași</i> oameni le arătăm picturile.
<ul style="list-style-type: none"> de diferențiere: celălalt, cealaltă, ceilalți, celelalte, celuilalt, celeilalte, celorlalți <i>Celălalt</i> a sosit repede. Le așteptăm pe <i>celelalte</i> .	<i>Celălalt</i> musafir a sosit repede. Le așteptăm pe <i>celelalte</i> fete.

tipuri de subordonate introduse prin conjuncția subordonatoare *dacă

- Întrebarea *este*^{1/} / *dacă a meritat efortul depus*.^{2/}
 - = propoziție principală
 - = **propoziție subordonată predicativă**
 - Nu se știe^{1/} / *dacă va întârzia*.^{2/}
 - = **propoziție subordonată subiectivă**
 - Gândul^{1/} / *dacă vom reuși la examen*^{2/} / ne preocupă.^{1/}
 - = **propoziție subordonată atributivă**
 - Nu știe^{1/} / *dacă va primi ajutor*.^{2/}
 - = **propoziție subordonată completivă directă**

***propoziții subordonate cerute de termeni regenti diferiți**

- Construiește o frază în care o propoziție subordonată

<i>predicativă</i>	<i>subiectivă</i>	<i>atributivă</i>	<i>completivă directă</i>
să aibă ca termen regent			
un verb copulativ (a deveni, a ajunge, a ieși, a se face, a fi, a rămâne, a părea, a însemna). Dan a devenit ce și-a dorit. Tata pare că este obosit.	a. un verb impersonal. Trebuie să învețe. Nu s-a aflat când a ajuns acasă.	a. substantivul <i>om</i> . Omul care a vorbit în fața mulțimii este vecinul nostru.	a. verbul predicativ <i>a afla</i> . Am aflat când a ajuns acasă.
	b. o expresie verbală impersonală. Este bine să ne pregătim pentru examen.	b. pronumele demonstrativ <i>acela</i> . Acela care a vorbit în fața mulțimii este vecinul nostru.	b. o locuțiune verbală. N-am băgat de seamă cum a trecut timpul.
	c. un adverb predicativ. Poate că va ploua.	c. numeralul cardinal <i>al treilea</i> . Al treilea care a vorbit în fața mulțimii este vecinul nostru.	c. interjecția predicativă <i>iată</i> . Iată ce s-a întâmplat.
	d. o locuțiune adverbială predicativă. Fără doar și poate că va câștiga.		

- Același verb poate fi termen regent pentru diverse tipuri de subordonate:

A mâncat^{1/} *cine a vrut*.^{2/} (2 = propoziție subordonată **subiectivă**)

A mâncat^{1/} *ce a vrut*.^{2/} (2 = propoziție subordonată **completivă directă**)

Testul 16 – Subiectul al II-lea, B.: Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută în timpul unei activități preferate. 12 puncte

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a faptelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

Exemplu de compunere

Într-o zi de sâmbătă, împreună cu prietenul meu, am hotărât să mergem într-o pădure apropiată pentru a face niște fotografii. Era luna mai, pădurile înverzeau, primele flori împodobeau muntele, vremea era frumoasă, așa că ne-am gândit că această zi este una ideală pentru a fotografia. Prietenul meu fotografiază cu plăcere copacii, eu florile. Avem deja sute de fotografii cu flori și copaci, doar că ne doream altele, noi.

Am pornit la drum pe jos, aveam asupra noastră apă și mâncare și, bineînțeles, aparatele de fotografiat. Am urcat pe munte, eram aproape de pădure. Am și făcut deja câteva poze cu flori și copaci, pe care urma să le adăugăm colecției noastre de fotografii. Nu mai aveam mult până la pădure, când, deodată, am auzit lătratul mai

multor câini. Câinii se apropiau, lătrau tot mai tare, iar nouă a început să ne fie frică. Știam că, în astfel de situații, nu este bine să fugim sau să facem mișcări bruște. Teama noastră creștea, și nu știam cum să ne apărăm. Erau numai vreo cinci-șase metri între cei trei câini și noi, când vocea salvatoare a ciobanului i-a chemat pe câini înapoi.

Câinii s-au oprit din lătrat, s-au mai uitat o vreme la noi, apoi s-au întors la cioban. Genunchii încă îmi tremurau. Nu știu ce s-ar fi întâmplat dacă cei trei câini nu s-ar fi întors la stăpânul lor.

Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării! **T1.** II.A.4; **T3.** I.A.6; **T5.** I.A.2; **T6.** II.A.6; **T7.** I.A.2; **T8.** II.A.4; **T9.** II.A. 6; **T10.** I.A.2; **T11.** II.A.6; **T13.** I.A. 2; **T16.** I.A. 1, 3, 4, 5, 6; II.A.1, 2, 3, 4; **T17.** I.A. 1, 2, 3, 5; II.A.1, 2, 3, 4, 6; **T18.** I.A. 1, 2, 3, 4, 5, 6; II.A.1, 2, 3, 4, 6; **T19.** I.A. 1, 2, 3, 4, 6; II.A.1, 2, 3, 4; **T20.** I.A. 1, 2, 3, 4, 5, 6; II.A.1, 2, 3, 6.

Autoevaluare	Bifează ceștii! cuvânt monosilabic; arhaisme; pronume/adjectiv pronominal posesiv; pronume/adjectiv pronominal de întărire; pronume/ adjectiv pronominal demonstrativ; virgula; modul gerunziu; adverb de loc; adverb de timp; adverb de mod; propoziții subordonate cerute de termeni regenți diferiți; tipuri de subordonate introduse prin conjuncția subordonatoare <i>dacă</i>
	Notează aici ce trebuie să rezezi!

JURNAL DE PREGĂTIRE (VII)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
*fabula Testul 10: Subiectul I, B.	cuvânt bisilabic <i>ca-să, floa-re, joa-că, spu-ne, ver-de</i>	*regionalisme	* pronume/ adjectiv pronominal interogativ	* pronume/ adjectiv pronominal relativ	măsura versului/ versurilor (= numărul de silabe)
*compunere descriptivă Testul 18: Subiectul al II-lea, B.	*două puncte	verb: modul supin <i>de ascultat, de băut, de șters, de citit</i>	adverb interogativ: <i>unde? când? cum? cât?</i> ; adverb relativ: <i>unde, când, cum, cât</i>	numeral cardinal <i>trei, unsprezece, optzeci și opt, două mii</i>	antiteză: <i>„Vreme <u>trece</u>, vreme <u>vine</u>”</i>

*fabula

Testul 10: Subiectul I, B. – Text suport: *Vulpea în livadă: Alecu Donici*

Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară *fabulă* a textului dat. 16 puncte

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale fabulei;
(*Cele două trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a speciei literare.*)
- să prezinți detaliat două trăsături ale fabulei, valorificând fragmentul dat;
(*Citește cu atenție textul suport și hotărăște care trăsături poți să le ilustrezi mai bine. Nu uita! Lumea fabulei este o lume în care animalele, plantele sau obiectele se comportă ca oamenii.*)
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.
(*După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.*)

<p>◇ fabula</p> <p>Fabula este o operă epică, în versuri sau în proză, în care sunt prezentate, prin întâmplări, defecte omenești, de care se râde, cu scopul de a le îndrepta. Întâmplările din lumea oamenilor sunt transpuse în lumea plantelor, animalelor sau obiectelor prin alegorie.</p> <p>Fabula are caracter moralizator: are o învățătură (morală) care dorește să îndrepte un defect omenesc. Morala poate să fie explicită (apare scrisă la sfârșitul fabulei) sau implicită (o subînțelegem din întâmplările prezentate).</p>	<p>◇ structură specifică, cadrul acțiunii etc.</p> <p>Fabula are o structură specifică: întâmplarea propriu-zisă și morala.</p> <p><i>Fabula „Vulpea în livadă” are un singur fir narativ. O vulpe a intrat într-o livadă să mănânce prune. Acestea erau coapte și păreau foarte bune, dar se aflau sus, pe crengi. Vulpea nu a reușit să ajungă la ele, oricât a încercat.</i></p> <p><i>Morala fabulei este scrisă la sfârșit, într-o strofă scurtă : „Un adevăr demult văzut/ Că neavând prilej să ne folosim/ De-un lucru ce ne e plăcut/ Apoi neapărat cusururi îi găsim.”</i></p> <p><i>Timpul („odată”) și spațiul („într-o livadă”) nu sunt bine definite, pentru a da întâmplărilor o valoare de generalitate.</i></p>
<p>◇ personaje</p> <p>Personajele sunt, în general, animale, plante sau obiecte personificate care reprezintă tipuri umane.</p> <p>În fabula „Vulpea în livadă” la acțiune participă un singur personaj, vulpea. Ea este simbolul oamenilor curajoși și experimentați, care știu să folosească orice întâmplare în favoarea lor. Întrucât <i>nu reușește să ajungă la prunele coapte, oricât ar încerca, ea sugerează că renunță la încercări, pentru că știe că prunele nu sunt gustoase. Prunele simbolizează lucrurile frumoase și bune pe care și le doresc oamenii, dar nu pot să le aibă.</i></p>	<p>◇ Nu uita să explici morala!</p> <p>Învățătura pe care o desprindem din această fabulă este <i>că, deseori, oamenii le găsesc defecte lucrurilor pe care nu le pot avea, oricât ar încerca, pentru a-și ascunde sau a-și motiva neputința.</i></p>

***regionalisme** (cuvinte folosite în anumite regiuni ale țării): *barabulă* (cartof), *câne* (câine), *păpușoi* (porumb) etc.

***pronume/ adjectiv pronominal interogativ**

PRONUME INTEROGATIV (apare în propoziții interogative)	ADJECTIV PRONOMINAL INTEROGATIV (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
(cu, la, pe, despre) cine? (al, ai a, ale) cui? <i>La cine te gândești? Cui îi plac fructele?</i>	-
(cu, la, pe, despre) ce? <i>Ce înveți? Despre ce ați vorbit?</i>	Ce lecție înveți?
(cu, la, pe, despre) care? cărui? căreia? căror? <i>La care te duci?</i>	<i>La care spectacol te duci?</i>
(cu, la, pe, despre) cât? câtă? câți? câte? <i>Câți lipsesc?</i>	<i>Câți elevi lipsesc?</i>

***pronume/ adjectiv pronominal relativ**

PRONUME RELATIV (în frază leagă o propoziție subordonată de regenta ei)	ADJECTIV PRONOMINAL RELATIV (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
(cu, la, pe, despre) cine, (al, ai a, ale) cui <i>Stiu¹ /la cine te gândești.² /</i>	-

(cu, la, pe, despre) ce <u>Văd</u> ¹ / <u>ce înveti</u> . ² /	<u>Văd</u> ¹ / <u>ce lecție înveti</u> . ² /
(cu, la, pe, despre) care căruia, căreia, cărora <u>Spune-mi</u> ¹ / <u>la care te duci</u> . ² /	<u>Spune-mi</u> ¹ / <u>la care spectacol te duci</u> . ² /
(cu, la, pe, despre) cât, cât, câți, câte <u>Nu a observat</u> ¹ / <u>câți lipsesc</u> . ² /	<u>Nu a observat</u> ¹ / <u>câți elevi lipsesc</u> . ² /

***două puncte**

<p>Testul 12 – Subiectul I, A., 2.: Menționează rolul semnului <i>două puncte</i> din secvența: Împăratul spuse ușurat: – <i>Of, că mi-a scos peri albi.</i> 4 puncte</p> <p>Barem de evaluare și de notare: menționarea rolului semnului două puncte din secvența dată (de exemplu: <i>marchează începutul vorbirii directe/ al unui dialog</i>) 4 puncte</p>
--

Testul 18 – Subiectul al II-lea, B.: **Redactează o descriere de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți un peisaj de noapte cu lună plină.** **12 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să prezinți două caracteristici ale peisajului ales;
- să utilizezi două figuri de stil diferite;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

Iarna trecută, pe un ger năprasnic, mă întorceam de la un spectacol de balet. Nu eram singur, ci cu părinții mei. Nu aveam mult de mers până acasă, poate o jumătate de oră.

Această noapte nu era una obișnuită, ci una în care mi-am dat seama ce frumos poate fi cerul și întregul univers. Admiram sutele de stele sclipitoare și luna plină. Nici nu am fi avut nevoie de lumină electrică. Luna plină, zăpada și stelele luminau tot orașul. Nu am crezut că într-o noapte de ianuarie voi face o asemenea descoperire. Era spectacolul oferit de stele și de luna plină. El completa spectacolul de balet. Era o noapte perfectă, cu un cer înstelat, o lună plină magică și cu zăpada sclipitoare. Poate că au mai fost asemenea nopți, numai că eu nu am știut să le descopăr frumusețea și magia. M-a fascinat spectacolul ceresc. Am simțit că aș ține cu plăcere în palmă o stea sau chiar și luna. Simțeam că ceea ce văd pe cer îmi aparține. Cerul și pământul formau un cerc fermecat, iar eu mă aflam în mijlocul acestui cerc.

În această noapte geroasă mi-am dat seama că este timpul să fiu mai atent la ceea ce se întâmplă în jurul meu, să observ frumusețile cerului, ale naturii și să apreciez mai mult ceea ce ni se dă decât ceea ce ni se ia.

Exersează cu ajutorul Testelor de antrenamentale Ministerului Educației și Cercetării! **T1.** I.A.5; **T3.** I.A.6; II.A.4; **T6.** II.A.5; **T8.** I.A.5; **T9.** I.A.5; **T14.** I.A.5; **T15.** I.A.5; **T17.** I.A.1, 2, 3, 4, 5, 6; II.A.1, 2, 3, 4, 6; **T19.** I.A.5.

Autoevaluare	<i>Bifează ce știi!</i> cuvânt bisilabic; regionalisme; pronume/ adjectiv pronominal interogativ; pronume/ adjectiv pronominal relativ; măsura; două puncte; modul supin; adverb interogativ; adverb relativ; numeral cardinal; antiteză
	<i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>

JURNAL DE PREGĂTIRE (VIII)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
<p>*schița Text suport: <i>Vizită...</i> de Ion Luca Caragiale</p>	<p>cuvânt trisilabic <i>ca-me-ră, pre-gă-tim, al-bas-tru, ci-ne-va</i></p>	<p>*neologisme</p>	<p>*pronume/ adjectiv pronominal negativ</p>	<p>construcții pleonastice: <i>biografia vieții; vine din nou iarăși; scurt rezumat; conlucrează împreună</i></p>	<p>enumerație: <i>„...pe două mese, pe canapea, pe foteluri și pe jos stau grămădite fel de fel de jucării.”</i></p>
<p>*compunere narativă Testul 20: Subiectul al II-lea, B.</p>	<p>*ghilimelele</p>	<p>*câmpul lexical</p>	<p>*substantiv colectiv</p>	<p>numeral ordinal: întâi, prima, a doua, al doilea, al XX-lea, a VII-a</p>	<p>propoziție incidentă: <i>„- Parc-a bătut cineva, / spuse Tocănel.”</i> <i>„- Eu știu, / zise el, / la ce te gândești!”</i></p>

*schița

Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară *schiță* a operei literare *Vizită...* de Ion Luca Caragiale.

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale schiței;
(*Cele două trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a speciei literare.*)
- să prezinți detaliat două trăsături ale schiței, valorificând fragmentul dat;
(*Citește cu atenție textul schiței și hotărăște care trăsături poți să le ilustrezi mai bine.*)
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.

(*După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.*)

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile din „DREPTUNGIUL MAGIC”:

<p>◇ schița Schița este o operă epică de dimensiuni reduse, în care este prezentat un episod din viața unui personaj sau mai multor personaje. Timpul este de dimensiuni reduse. Acțiunea unei schițe se petrece pe parcursul câtorva ore sau, cel mult, în timpul unei zile. Spațiul este, de asemenea, de dimensiuni reduse. Modurile de expunere predominante sunt narațiunea și dialogul, dar pot să apară și scurte pasaje de descriere sau scurte monologuri.</p>	<p>◇ acțiune <i>Acțiunea este lineară. Naratorul decide să-i facă o vizită doamnei Maria Popescu cu ocazia zilei de Sf. Ion. Cei doi încercă să discute în timp ce Ionel Popescu nu o lasă pe jupâneasă să prepare cafeaua, o atacă atunci când vine cu tava și o lovește pe mama lui, din greșeală; varsă dulceață în șoșonii musafirului; face zgomot cu toba și trâmbița; lovește musafirul cu mingea și-i varsă astfel cafeaua pe pantalonii; fumează; leșină din cauza fumatului.</i></p>
<p><i>Vizită...</i> de Ion Luca Caragiale ◇ temă <i>Tema acestei schițe este educația.</i> ◇ narator <i>Naratorul povestește întâmplările folosind persoana I („m-am dus”, „să fac”, „să nu merg”, „am început”, „am observat”)</i> ◇ moduri de expunere <i>Modurile de expunere folosite sunt narațiunea, dialogul și descrierea.</i> ◇ cadrul acțiunii <i>Acțiunea se petrece pe parcursul câtorva ore, cât durează vizita la familia Popescu. Acțiunea se desfășoară în sufrageria familiei Popescu. Scurte episoade se petrec în bucătăria și în vestibulul acestei familii.</i></p>	<p>◇ personaje <i>Personajele sunt puține. Ionel Popescu este personajul principal, naratorul și doamna Maria Popescu sunt personaje secundare, jupâneasa este personaj episodic, iar domnul Popescu este personaj figurant. Ionel Popescu, personajul principal, este prezentat prin caracterizare directă făcută de narator („un băiețel, de vreo opt anișori, îmbrăcat în costum de maior”) și prin caracterizare indirectă prin fapte, limbaj și prin relațiile sale cu celelalte personaje. Lipsa de educație a lui Ionel reiese din comportamentul său față de jupâneasă, față de mama sa, din lipsa de respect față de musafir. Ionel vorbește puțin, ceea ce dovedește un limbaj sărac. Replica „-Dar tu de ce tragi?”, adresată direct naratorului, susține ideea lipsei de educație a băiatului.</i></p>

***neologisme**(cuvinte noi, împrumuturi din alte limbi):*lexic* (vocabular); *epuizare* (oboseală), *star* (vedetă), *eficient* (folositor) etc.

***pronume/ adjectiv pronominal negativ**

PRONUME NEGATIV (în propoziții negative exprimă absența obiectului denumit de substantiv)	ADJECTIV PRONOMINAL NEGATIV (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
<ul style="list-style-type: none"> ○ simple: <i>nimic, nimeni, nimănui</i>; ○ compuse: <i>niciunul, niciuna</i> etc. 	<i>niciun, nicio</i> etc.
<i>Nimeni</i> și <i>nimic</i> nu l-au putut convinge. Acest penar nu este <i>al nimănui</i> din clasă.	-
<i>Niciunul</i> nu lipsește.	<i>Niciun elev</i> nu lipsește.
<i>Niciuna</i> n-a fost vândută.	<i>Nicio rochie</i> n-a fost vândută.
Răspunsul <i>niciuneia</i> nu a fost corect.	Răspunsul <i>niciunei eleve</i> nu a fost corect.

***ghilimelele**

Testul 20 – Subiectul I, A., 2.: Menționează rolul ghilimelelor din secvența: „ <i>Parcă ar fi năzdrăvani</i> ”, se gândind la copilul.	4 puncte
Barem de evaluare și de notare: menționarea rolului ghilimelelor din secvența dată (de exemplu: <i>marchează redarea gândurilor personajului</i>)	4 puncte

***câmpul lexical** (totalitatea cuvintelor care aparțin aceluiași domeniu)

Exemple :

- câmpul lexical al păsărilor: *canar, vrabie, bufniță, pițigoii, uliu* etc.;
- câmpul lexical al instrumentelor muzicale: *tobă, pian, chitară, vioară, acordeon* etc.;
- câmpul lexical al locuințelor temporare: *cabană, cort, hotel, vilă, baracă* etc.;
- câmpul lexical al obiectelor de uz casnic: *cuptor cu microunde, aspirator, frigider, congelator, mașină de spălat* etc.;
- câmpul lexical al copacilor: *brad, fag, tei, stejar, salcâm* etc.;
- câmpul lexical al formelor de relief: *munte, deal, câmpie, șes, podiș, vale, depresiune* etc.
- câmpul lexical al fenomenelor naturii: *ploaie, zăpadă, vânt, curcubeu, fulger, furtună, viscol, vijelie, potop* etc.
- câmpul lexical al elementelor cosmice: *cer, soare, lună, stea, luceafăr* etc.

***substantiv colectiv** (are formă de singular și plural, dar are înțeles de plural): *echipă – echipe, grup, trib, popor, armată, studențime, stol, cârd, pădure* etc.

Testul 20 – Subiectul al II-lea, B.: Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută în timpul vizionării unui film. 12 puncte

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a faptelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

Exemplu de compunere

Într-o sâmbătă, m-am dus cu două prietene la cinematograful. În orașul nostru s-a deschis un cinematograful nou, modern, cu podeaua în pantă, confortabil și cu filme foarte bune. Am mers la cinematograful nu numai din curiozitate, ci și pentru că, în timpul liber, ne place să vizionăm filme.

Părinții ne-au dat bani de buzunar, așa că m-am gândit să-mi iau un suc și o pungă cu floricele de porumb. Prietenele mele și-au cumpărat și ele suc și floricele. De obicei, mă deranjează când în timpul unui film interesant cineva mănâncă, dar, fiind vorba despre un film de aventură, mi-am zis că ne putem permite

și noi să mâncăm niște floricele și să bem un suc în timpul filmului. Ronțaiam floricele, beam câte o gură de suc, iar acțiunea filmului devenea din ce în ce mai interesantă. Mă concentram tot mai mult asupra filmului, astfel că am uitat că am punga cusubo floricele în mână. Când acțiunea din film se apropia de punctul culminant, am scăpat-o din mână. Floricelele mele au luat-o la vale, au ajuns până aproape de primul rând, s-au împrăștiat peste tot. Sub scaunele din fața mea erau nenumărate floricele. Prietenele mele au zâmbit înțelegător.

Nu știu cum s-a terminat filmul, nu m-am mai putut concentra asupra lui. De fapt, așteptam să se termine cât mai repede. La ieșire, mi-am promis că nu voi mai intra niciodată la film cu floricele și suc.

Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!

T15. II.A.4; T18. I.A. 1, 2, 3, 4, 5, 6; II.A.1, 2, 3, 4, 6.

Autoevaluare	<i>Bifează ce știi!</i> cuvânt trisilabic; neologisme; pronume / adjectiv pronominal negativ; construcții pleonastice; enumerație; ghilimelele; câmpul lexical; adverb negativ; numeral ordinal; propoziție incidentă
	<i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>

JURNAL DE PREGĂTIRE (IX)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* nuvela Text suport: <i>Popa Tanda</i> de Ioan Slavici	cuvânt plurisilabic <i>e-xer-ci-ții,</i> <i>pro-po-zi-ți-e,</i> <i>ne-sa-tis-fă-</i> <i>că-tor</i>	*verb: diateză	* pronume/ adjectiv pronominal nehotărât	*tipuri de subordonate introduse prin conjunția subordonatoare <i>să</i>	* raporturi sintactice în frază
* compunere narativă Testul 11: Subiectul al II-lea, B.	punctul și virgula	*alte tipuri de numerale	adverb nehotărât: <i>undeva, cândva,</i> <i>oriunde, oricum</i> <i>oricând, oricât</i>	adverb predicativ <i>poate, probabil,</i> <i>firește, negreșit,</i> <i>sigur</i>	*metaforă

*nuvela

Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară *nuvelă* a operei literare *Popa Tanda* de Ioan Slavici.

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale nuvelei;
(*Cele două trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a speciei literare.*)
- să prezinți detaliat două trăsături ale nuvelei, valorificând fragmentul dat;
(*Citește cu atenție textul nuvelei și hotărăște care trăsături poți să le ilustrezi mai bine. Concetreză-te pe conflict și pe personajul principal.*)
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.
(*După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.*)

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile din „DREPTUNGHIUL MAGIC”:

<p>◇ nuvela</p> <p>Nuvela este o specie a genului epic, cu un singur fir narativ și un conflict concentrat, în care accentul este pus pe caracterizarea personajului principal, surprins în diferite ipostaze. În nuvelă există un conflict principal care determină alte conflicte. Conflictul, într-o nuvelă, poate să fie interior sau poate să fie exterior.</p>	<p>◇ acțiune</p> <p>În nuvela „Popa Tanda”, <i>conflictul interior este dat de dorința preotului de a-i face pe sătenii să-și schimbe mentalitatea; conflictul exterior este între preot și enoriașii din Butucani, apoi între preot și sătenii din Sărăceni și este determinat de sinceritatea și asprimea sa.</i></p> <p><i>Preotul Trandafir, din satul Butucani, ajunge în satul Sărăceni pentru că i-a supărat pe sătenii din Butucani („prea spunea verde în față”). Oamenii din satul Sărăceni sunt foarte săraci. Părintele Trandafir a înțeles că dacă satul va fi sărac și el va fi sărac, de aceea încearcă să schimbe mentalitatea oamenilor prin predică, prin sfaturi, prin ceartă, dar aceștia nu se schimbă, ci se îndepărtează de el. Viața sa personală devine mai grea și, în acest moment de criză, cerând ajutorul lui Dumnezeu, își dă seama că schimbarea trebuie să vină de la el. Astfel, muncește mult, devenind prin realizările sale un model pentru săteni. Sărăcenii se schimbă, iar imaginea satului se schimbă odată cu ei.</i></p>
<p>Popa Tanda de Ioan Slavici</p> <p>◇ narator</p> <p><i>Naratorul povestește la persoana a III-a (“era”, “să ierte”, “s-a ostenit”, “ar fi”).</i></p> <p>◇ moduri de expunere</p> <p><i>Modurile de expunere sunt narațiunea, dialogul, monologul și descrierea.</i></p> <p>◇ cadrul acțiunii</p> <p><i>Acțiunea se petrece pe parcursul mai multor ani, în locuri diferite.</i></p>	<p>◇ personaje</p> <p><i>Pe lângă preotul Trandafir, personajul principal, apar multe personaje secundare (sătenii, preoteasa, clopotarul Cozonac și Marcu Florii Cucului) și personaje episodice (nepoții, fiica preotului, trecătorul).</i></p> <p><i>În nuvelă, accentul nu cade pe acțiune, ci pe conturarea personajului principal (propriul exemplu poate schimba mentalitatea comunității). Părintele Trandafir este prezentat de narator de la început ca „om bun”, este ambițios, harnic, înțelept, așa cum reiese din faptele sale.</i></p>

***verb: diateză**

- **diateza activă** (subiectul face acțiunea): Mama **face** un tort.
- **diateza reflexivă** (subiectul face și suferă acțiunea): Ana **se gândește** la examen.
- **diateza pasivă** (subiectul suferă acțiunea făcută de altcineva): Copilul **este iubit** de părinți.

***pronume/ adjectiv pronominal nehotărât**

PRONUME NEHOTĂRĂT (ține locul unui substantiv fără să facă precizări asupra acestuia)	ADJECTIV PRONOMINAL NEHOTĂRĂT (determină un substantiv, se acordă în gen, număr și caz cu acesta)
<ul style="list-style-type: none"> ○ simple <i>umul, altul, tot, tuturor</i> etc.; ○ compuse: <i>cineva, cuiva, fiecine, oricine, oricui, oarecine, altcineva, altceva, ceva, careva, altcareva, fiecare, vreunul</i> etc. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>vreun, fiece, anumit</i> etc.
<p><i>Cineva</i> a bătut la ușă. <i>Oricine</i> poate participa la concurs. S-a întâlnit cu <i>altcineva</i>. Și-a dorit <i>altceva</i>.</p>	-
<p><i>Fiecare</i> a fost premiat. Dorința <i>fiecărui</i> este de a învăța.</p>	<p><i>Fiecare</i> participant a fost premiat. Dorința <i>fiecărui elev</i> este de a învăța.</p>
<p><i>Unii</i> scriu jurnale.</p>	<p><i>Unii oameni</i> scriu jurnale.</p>

***tipuri de subordonate introduse prin conjuncția subordonatoare să**

- Gândul lui **este**¹ / **să învete**.²/
1= propoziție principală
2= **propoziție subordonată predicativă**
- Trebuie¹ / **să citească**.²/
1= propoziție principală
2= **propoziție subordonată predicativă**

2 = *propoziție subordonată subiectivă*

- Gândul¹/să câștige²/îl motivează.¹/

2 = *propoziție subordonată atributivă*

- Vrea¹/să plece.²/

2 = *propoziție subordonată completivă directă*

***raporturi sintactice în frază:**

- **coordonarea** - raport sintactic care se stabilește între propoziții de același fel:

Anca a citit o carte¹/ și a scris o compunere.²/

- **subordonarea** – raport sintactic care se stabilește între propoziții care depind una de cealaltă:

Anca mi-a spus/ că va citi o carte.²/

***alte tipuri de numerele:**

- numeral colectiv: *amândoi, ambele, tustrei, toți cinci* etc.
- numeral distributiv: *câte cinci, câte opt* etc.
- numeral multiplicativ: *înzecit, împătrit* etc.
- numeral fracționar: *o pătrime, cini zecimi* etc.
- numeral adverbial: *o dată, de două ori* etc.

***metafora** (figură de stil prin care se trece de la semnificația obișnuită a unui cuvânt sau a unei expresii la o altă semnificație, trecerea făcându-se pe baza unei comparații subînțelese): „*Vezi izvoare zdrumicate peste pietre licurind;/ Ele trec cu harnici unde și suspină-n flori molatic,/ Când coboară-n ropot dulce din tăpșanul prăvălatic,/ Ele sar în bulgări fluizi peste prundul din răstoace,/ În cuibar rotind de ape peste care luna zace.*” (M. Eminescu, *Călin - file din poveste*)

- ◇ „*bulgări fluizi*” (apa care curge peste pietre);
- ◇ *Metafora „cuibar rotind de ape” are sensul de vârtej de apă și a fost creată pe baza unei asemănări între vârtejul de apă și cuibar, pentru că amândouă au formă rotundă. Pentru a sugera mișcarea vârtejului de apă, poetul a adăugat cuvântului „cuibar” sintagma „rotind de ape”. Așadar, metafora „cuibar rotind de ape” are la bază comparația subînțeleasă vârtej de apă ca un „cuibar rotind de ape”, însă termenul comparat (vârtej de apă) și adverbul de comparație (ca) au fost suprimate, rămânând doar expresia cu care s-a făcut compararea („cuibar rotind de ape”).*

Testul 11 - Subiectul al II-lea, B.: **Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută într-un sat. 12 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a faptelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte

Exemplu de compunere

Când eram mai mic, aveam vreo șase-șapte ani, mi-am petrecut o parte a vacanței la țară, la o mătușă, pe care o iubesc foarte mult și care mă iubește la fel de mult. În vecini locuia un băiat de vârsta mea. Cu el mă jucam în fiecare zi.

Într-o zi, mătușa m-a trimis la magazinul din sat să cumpăr pâine. A venit și prietenul meu cu mine. Pâinea proaspătă nu era încă sosită, așa că ne-am gândit să ne plimbăm un pic prin sat. Am intrat în biserică. Era deschisă, nu era nimeni. Am admirat-o, căci nu o văzusem de mult. La un moment dat, prietenul meu a descoperit scările spre turn. Am urcat amândoi în turnul bisericii și am avut parte de o priveliște minunată asupra întregului sat. Am observat și două clopote mari, despre care eu nici nu îmi puteam imagina că în realitate sunt atât de mari. La coborârea din turn, am văzut două funii groase care serveau la trasul clopotelor. Prietenul meu a apucat o funie, eu am apucat-o pe cealaltă, le-am tras, iar clopotele au scos sunete adânci și înfricoșătoare. Am ieșit repede din biserică, dar în curtea bisericii a apărut preotul. Vai, ce ne-a certat!

Am cumpărat repede pâinea și am plecat acasă în mare grabă. La intrarea în curte, mătușa m-a întrebat dacă am aflat în sat de ce au răsunat clopotele. I-am răspuns că nu știu, că nici măcar nu am auzit sunetul clopotelor dar, mai târziu, cu lacrimi în ochi, i-am povestit totul. În aceeași zi le-am spus părinților mei la telefon că m-am plictisit la sat și să mă ducă acasă, la oraș.

Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!

T8. I.A.6; T9. II.A. 4; T15. II.A.6; T16. II.A. 6; T19. I.A. 1, 2, 3, 4, 6; II.A.1, 2, 3, 4, 6; T20. II.A.4.

Autoevaluare	Bifează ce știi! cuvânt plurisilabic; diateză; pronume/ adjectiv pronominal nehotărât; tipuri de subordonate introduse prin conjuncția subordonatoare <i>să</i> ; raporturi sintactice în frază; punctul și virgula; alte tipuri de numerale; adverb nehotărât; adverb predicativ; metaforă.
	<i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>

JURNAL DE PREGĂTIRE (X)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* caracterizare de personaj Testul 7: Subiectul I., B.	accentul: <i>chélner,</i> <i>copii, cǒpii,</i> ácele, acéle	*vocabular fundamental	*gradele de comparație	interjecție predicativă: <i>iată, uite, hai,</i> <i>haide, haideți</i>	*analiza frazei
* compunere descriptivă Testul 8: Subiectul al II-lea, B.	*linia de pauză	părți de vorbire flexibile: <i>verb, substantiv,</i> <i>pronume, numeral,</i> <i>adjectiv, articol;</i> părți de vorbire neflexibile: <i>adverb,</i> <i>prepoziție, conjuncție,</i> <i>interjecție</i>	*substantiv defectiv de număr	*locuțiuni	hiperbolă: <i>„Crați-n ele-s cât berbecii,/ În pomi piersici cât dovlecii, (...)/ În grâu, spicul cât cocoșul.”</i>

*caracterizare de personaj

Testul 7: Subiectul I., B. – Text suport: Ioan Slavici, *Gura satului*

Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să-l caracterizezi pe Miron, personajul din textul dat. **16 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să prezinți două trăsături ale personajului dat, valorificând textul dat;
- să ilustrezi două modalități de caracterizare a personajului dat, prin câte o secvență comentată;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.

Citește cu atenție textul suport și hotărăște care trăsături (fizice / morale) ale personajului poți să le ilustrezi mai bine. Nu uita de modalitățile de caracterizare (directă / indirectă) a personajului literar. După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele (să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare). În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile din „DREPTUNGHIUL MAGIC”:

<p>◇ personaj principal <i>Miron este personajul principal al fragmentului, un personaj individual, dinamic, imaginar. Este un oier, care stă la munte („venea dinspre munte”), care cântă frumos la fluier. Lui îi plăcea mult de Marta, fiica Mihului Saftai. Miron este simbolul tinerilor din lumea satului.</i></p>	<p>◇ trăsături fizice <i>Trăsăturile fizice sunt reliefate prin caracterizare directă făcută de narator. El era un tânăr puternic, îngrijit („un voinic curățel”). Miron era frumos, înalt, cu un mers hotărât („înalt, mlădios, cu umerii lați și pieptul ieșit, el calcă lat și pe întreaga talpă”). Este blond, poartă plete, are o față albă, ochi albaștri („Un cap bălan, cu părul lung până la umeri, cu o față albă străbătută ca de-o suflare rumenă, cu doi ochi mari și albaștri ca fața cerului privită de pe culmea munților”). Poartă un brâu unde se află totdeauna fluierul său. Portretul este realizat prin descriere. Pentru o imagine sugestivă, sunt folosite epitete, comparații și metafore.</i></p>
<p>◇ trăsături morale <i>O parte dintre trăsăturile morale sunt prezentate prin caracterizare indirectă, prin fapte. El este foarte cunoscut și acceptat în sat. Nimeni nu se întrebă de unde vine. Este respectat în grupul flăcăilor din sat. Atunci când vine la joc, fetele și flăcăii îl înconjoară și-i ascultă poveștile, glumele și cântecele. Este un bun cântăreț, cântă din fluier doine emoționante</i></p>	<p>◇ relațiile cu celelalte personaje <i>El este respectat și iubit de ceilalți flăcăi și fete. Marta este fata de care îi place și de care ascultă.</i></p>

***vocabular fundamental**(cuprinde cuvinte folosite de toți vorbitorii unei limbi: cuvinte ce denumesc părți ale corpului omenesc, zilele săptămânii, ființe, culori, obiecte, acțiuni, alimente, etc.)

Exemple: *mână, picior, miercuri, duminică, om, mamă, lup, cal, floare, albastru, verde, cuțit, a bea, pâine* etc.

***gradele de comparație**

gradul	<i>bun</i> (adjectiv); <i>repede</i> (adverb)
pozitiv	<i>bun</i> (<i>bună, buni, bune</i>) <i>cel bun, cea bună;</i> <i>repede</i>
comparativ de superioritate	<i>mai bun</i> <i>mai repede</i>
comparativ de egalitate	<i>tot atât de bun, la fel de bun, tot așa de bun;</i> <i>tot atât de repede, la fel de repede, tot așa de repede</i>
comparativ de inferioritate	<i>mai puțin bun;</i> <i>mai puțin repede</i>
superlativ relativ de superioritate	<i>cel mai bun;</i> <i>cel mai repede</i>
superlativ relativ de inferioritate	<i>cel mai puțin bun;</i> <i>cel mai puțin repede</i>
superlativ absolut	<i>foarte bun;</i> <i>foarte repede</i>

Alte forme expresive de superlativ absolut:

- ❖ *nespus de/ nemaipomenit de/ grozav de/ extrem de bun;*
- ❖ *(prăjitură) bună, bună;*
- ❖ *buun!;*
- ❖ *(fată) frumoasă foc, (băiat) isteț de mama-focului etc.;*
- ❖ *arhiplin, hipercorect, străvechi, ultramodern, extrafin, rarissim etc.*

***analiza frazei**

Testul 18 – Subiectul al II-lea, A., 5.: Transcrie, din fraza următoare, propoziția principală și propoziția subordonată, precizând felul acesteia: *Gravitația slabă a Lunii, de șase ori mai mică decât a Pământului, le va permite astronauților să lanseze mai ușor rachete în spațiu.* **4 puncte**

Exemplu de răspuns:

Gravitația slabă a Lunii, de șase ori mai mică decât a Pământului, le va permite astronauților = propoziție principală

să lanseze mai ușor rachete în spațiu = propoziție subordonată completivă directă

Barem de evaluare și de notare: câte 1 punct pentru transcrierea corectă a propoziției principale și a propoziției subordonate (**2 x 1 p. = 2 puncte**); precizarea felului propoziției subordonate transcrise (**2 puncte**)

***linia de pauză**

Testul 16 – Subiectul I., A., 2.: Menționează rolul liniilor de pauză din secvența: „*He, he — făcu celălalt — ce ți-am spus?*”. **4 puncte**

Barem de evaluare și de notare: menționarea rolului liniilor de pauză din secvența dată (de exemplu: *izolează propoziția incidentă de restul enunțului*). **4 puncte**

***substantiv defectiv de număr**

- **substantiv defectiv de plural** (are numai formă de singular): *aur, cinste, bunătate, frig, sete, somn, sânge, curaj, zahăr, unt, sare, mazăre, miere, lapte, fotbal, volei, rouă, biologie, Mihai, Mureș, Harghita, creștinism* etc.
- **substantiv defectiv de singular** (are numai formă de plural): *icre, zori, blugi, ochelari, ghilimele, aplauze, tăiței, spaghete, Bucegi, Carpați, Alpi, Florii, câlți, șale* etc.

***locuțiuni**

- **locuțiuni verbale:** *a o lua la sănătoasa, a o croi la fugă* (a fugi); *a sta de vorbă* (a conversa); *a sta de veghe* (a veghea); *a da de știre* (a vesti); *a face glume* (a glumi); *a-și aduce aminte* (a-și aminti); *a pune la cale* (a plănuși); *a lua o hotărâre* (a hotărâși); *a face popas* (a poposi); *a lua prânzul* (a prânzi); *a lua în râs* (a batjocori); *a se da de-a rostogolul* (a se rostogoli); *a-și da seama* (a înțelege); *a băga de seamă* (a observa) etc.
- **locuțiuni substantive:** *păreră de rău; aducere-aminte; nebăgare de seamă; luatul peste picior; stare de veghe; băgare de seamă* etc.
- **locuțiuni adjectivale:** *de folos* (folositor); *de prisos* (nefolositor); *de seamă* (important); *de preț* (prețios, valoros); *cu judecată* (chibzuit); *de treabă* (bun, înțelegător); *cu dare de mână* (bogat, avut); *de pripas* (fără stăpân) etc.
- **locuțiuni pronominale:** *nici cât negru sub unghie* (nimic), *cine știe cine* (cineva), *nici țipenie de om* (nimeni) etc.
- **locuțiuni adverbiale:** în spate, de jur împrejur, ici și colo, din loc în loc; *din când în când, zi de zi, zi și noapte, cu noaptea-n cap, pe vremuri, din vreme în vreme, an de an; pas cu pas, cine știe cum, pe negândite, pe de rost; fără îndoială, de bună seamă, fără doar și poate, cu siguranță, cu certitudine* etc.
- **locuțiuni prepoziționale:** în afară de, de față cu, față de, în jur de, o dată cu, la un loc cu, privitor la, alături de, împreună cu, în legătură cu, potrivit cu, conform cu, înainte de; *din cauza, din pricina, în fața, în spatele, în urma, în susul, în josul, pe dinăuntru, în vederea, în cursul, în baza, pe baza, în pofida, în privința, în fruntea, în fundul, de-a lungul* etc.
- **locuțiuni conjuncționale:** *pentru că, pentru ca să, fără să, fără ca să, până să, până ce, după ce, după cum, în timp ce, în vreme ce, de vreme ce, din cauză că, din pricină că, înainte să, înainte ca să, chiar dacă, cât timp, câtă vreme, ori de câte ori, numai că, în concluzie, cu toate că, în caz că, măcar să* etc.

Testul 8, Subiectul al II-lea, B.: Redactează o compunere de 150 – 300 de cuvinte, în care să descrii o persoană care este un model pentru tine. 12 puncte

În compunerea ta, trebuie:

- să prezinți două trăsături ale persoanei alese;
- să utilizezi două figuri de stil diferite;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

Exemplu de compunere

Bunica mea este o femeie deosebită, are șaiszeci și șase de ani. Eu nu observ la ea cei șaiszeci și șase de ani. Pentru mine, bunica mea, care este pensionară, este mereu tânără și reprezintă un model de comportament și de viață.

Bunica mea, cu părul ondulat și cărunt, cu ochii mari și albaștri, zâmbește fiecărui om pe care îl cunoaște. De pe fața ei se poate citi bunătatea, cinstea și grija față de semenii ei. Dacă ar trebui să învețe ceva ce înseamnă punctualitatea, ar trebui să o cunoască pe bunica mea. Nu întârzie niciodată. Se pregătește din timp, pleacă din timp, ajunge la timp. Și nu o întrece nimeni la corectitudine. Dacă o vecină vine să o ajute în grădină, cu siguranță că și bunica mea o va ajuta pe acea vecină, mai ales, la făcut prăjituri. Dacă primește de la o altă vecină fructe din livadă, cu siguranță că va avea grijă să îi ducă vecinei tarte cu fructe. Ea nu dorește să obțină mai mult decât oferă. Bunica mea mă iubește foarte mult, ceea ce este cel mai important pentru mine. Cel mai mult îmi place când îmi povestește întâmplări din copilăria sau din tinerețea ei. Nu a avut o viață ușoară, dar greutățile vieții au întărit-o.

Bunica mea a fost și este un model nu numai pentru copiii ei și pentru mine, ci chiar și pentru vecini și foștii ei colegi de muncă. A devenit un om extraordinar datorită credinței ei profunde, a educației primite și a muncii depuse timp de o viață. O iubesc foarte mult și sunt foarte fericit să o am.

Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!

T1. II.A.5; T2. II.A.5; T3. II.A.5; T4. II.A.5; T5. II.A.5; T6. II.A.5; T7. II.A.5; T8. II.A.5; T9. II.A.5; T10. II.A.5; T11. II.A.5; T12. II.A.5; T13. II.A.5; T14. II.A.5; T15. II.A.5; T16. II.A.5; T17. II.A.5; T18. II.A.5; T19. II.A.5; T20. II.A.5; T21; T22; T23; T24; T25.

Autoevaluare	<i>Bifează ce știi!</i> diftong; antonime; cuvânt compus, compunere; cazurile; aliterația; semnul întrebării; modul conjunctiv; subiectul; propoziția subordonatăsubiectivă; mărcile lexico-gramaticale ale eului liric
	<i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>

Bibliografie selectivă

1. DEX - Dicționarul explicativ al limbii române, Editura Univers Enciclopedic, 2016
2. Violeta Bărbulescu: Carte școlară. Texte literare pentru gimnaziu și liceu, Editura TERATHOPIUS, Craiova, 1996
3. Marin Toma: Limba română. Lecturi literare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1996
4. Ion Popa, Marinela Popa: Limba română: Noțiuni de fonetică și vocabular, Niculescu, 1998
5. Carmen Iordăchescu: Limba română: Vocabular. Fonetică. Morfologie. Sintaxă. Ortografie și punctuație, Editura CARMINIS, 1998
6. Camelia Stan: BREVIAR de GRAMATICĂ. Limbă română, Editura VERBA, 2012
7. Adrian Costache, Georgeta Costache: Evaluare. Limba și literatura română, Editura Sigma, București, 1999
8. Alina Curcan, Marinela Pantazi: Limba și literatura română. Ghid complet pentru Evaluarea Națională, clasa a VIII-a, Editura Booklet, 2017

MATEMATICĂ

(varianta în limba română)

Dragi elevi,

Partea a doua a suportului de curs la Matematică se compune din două părți: o secțiune cu **exercitii și teste** având la bază testele de antrenament elaborate de Ministerul Educației și Cercetării, respectiv o secțiune cu **explicații și rezolvări**.

Vă dorim în continuare perseverență în pregătire și mult succes!

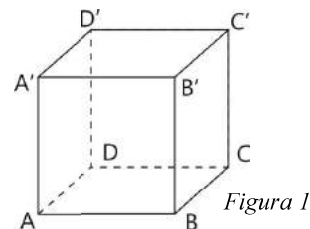
Autorii

TESTUL 1.

SUBIECTUL I- Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $12 - 8 : 4$ este egal cu
2. Numărul care reprezintă 10% din 80 este egal cu
3. Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ este egal cu
4. Aria unui pătrat având lungimea laturii de 6 cm este egală cu ... cm^2 .
5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului format de dreptele $B'C$ și BC' este egală cu ... $^\circ$.



6. În tabelul de mai jos sunt prezentate notele obținute de elevii unei clase a VIII-a la o lucrare de matematică.

Nota la testare	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Numărul de elevi	0	0	1	1	6	5	3	3	4	1

Conform informațiilor din tabel numărul elevilor de clasa a VIII-a care au primit notă mai mare decât 7 la această lucrare este egal cu ...

SUBIECTUL al II-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

(30 de puncte)

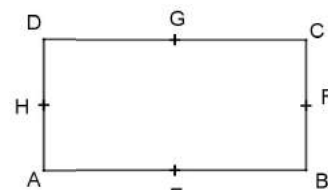
1. Desenați pe foaia de examen o piramidă patrulateră regulată având vârful în V și baza pătratul $ABCD$.
2. Fie numerele $a = 27$ și $b = 3$. Demonstrați că diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor a și b este egală cu 6.
3. Un biciclist a parcurs o distanță de 180 km în trei zile. În prima zi a parcurs jumătate din tot drumul, în a doua zi a parcurs 25% din drumul rămas, iar restul drumului l-a parcurs în a treia zi. Calculați lungimea drumului parcurs de biciclist în a treia zi!
4. În sistemul cartezian xOy unitatea este egală cu 1 cm.
 - a) Reprezentați grafic punctele $A(-4, 3)$ și $B(3, 1)$
 - b) Determinați lungimea proiecției ortogonale a segmentului AB pe axa absciselor Ox
5. Fie expresia $E(x) = (x-1)^2 + (x+2)^2 - |2x^2 + 3|$ unde x este număr real.

Demonstrați că $A = \frac{E(2)}{2 \cdot 3} + \frac{E(4)}{2 \cdot 5} + \frac{E(6)}{2 \cdot 7} + \frac{E(8)}{2 \cdot 9} + \dots + \frac{E(98)}{2 \cdot 99}$ este un număr divizibil cu 7.

SUBIECTUL al III-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

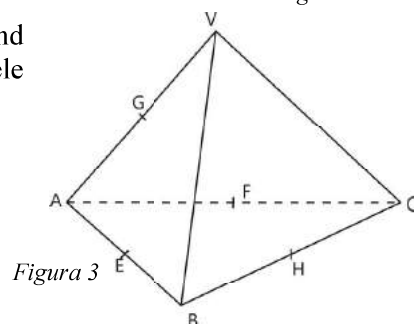
(30 de puncte)

1. În figura 2. este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ având lungimea laturilor $AB = 20 \text{ cm}$ și $BC = 15 \text{ cm}$. Fie E, F, G și H mijloacele segmentelor AB, BC, CD și DA .



- a) Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 70 cm.
- b) Arătați că dreptele EF și GH sunt paralele.
- c) Demonstrați că distanța punctului A de la diagonala BD este egală cu 12cm.

2. În figura 3. este reprezentat un tetraedru regulat $VABC$ având lungimea unei muchii egală cu 18 cm. Fie E, F, G și H mijloacele segmentelor AB, AC, AV și BC .



- a) Demonstrați că suma muchiilor tetraedrului este egală cu 108 cm.
- b) Calculați aria triunghiului EFG .
- c) Determinați distanța punctului G de la dreapta HF .

TESTUL 2.**SUBIECTUL I- Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.****(30 de puncte)**

1. Rezultatul calculului $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} : \frac{1}{3}$ este egal cu
2. Numărul 3,1(6) scris ca o fracție ireductibilă
3. 20% din numărul 180 este
4. Lungimea unui dreptunghi este 12 cm, iar lățimea este 8 cm. Perimetrul dreptunghiului este .. cm.
5. Suma lungimilor muchiilor unui tetraedru regulat este 18dm. Lungimea unei muchii este.....cm.
6. În tabelul următor sunt prezentate rezultatele simulării examenului de matematica a elevilor din clasa a VIII-a.

nota	≤ 4	(4; 5]	(5; 6]	(6; 7]	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]
număr elevi	3	5	6	8	4	3	2

Numărul elevilor din clasă:

SUBIECTUL al II-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**(30 de puncte)**

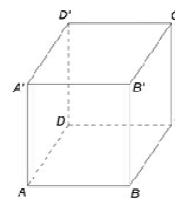
1. Desenați o prismă triunghiulară regulată $ABCDEF$.
2. Se dă numărul $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$. Să se arate că $a \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$.
3. Se dă două numere întregi. Diferența lor este 34. Suma triplului numărului mai mare și a dublului celui mai mic este 187. Aflați cele două numere!
4. Se dă mulțimea $A = \left\{ -1; \sqrt{2}; 1, (4); \frac{1}{3}; \sqrt{12}; \pi; -\sqrt{0,01} \right\}$. Să se determine care mulțime are mai multe elemente $A \cap \mathbb{Q}$ sau $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$?
5. Se dă expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2(x-7) + 1$. Să se descompună în factori!
6. Să se determine numerele reale x și y , dacă $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$

SUBIECTUL al III-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**(30 de puncte)**

1. În dreptunghiul $ABCD$ se știe că $AB = 20\sqrt{3}$ cm și $BC = 20$ cm. Fie AE bisectoarea unghiului DAC , $E \in DC$.
 - a) Să se arate că $\widehat{BAC} = 30^\circ$
 - b) Să se arate că $AE = EC$.
 - c) Să se determine raportul ariilor triunghiurilor AEC și ADE .
2. Muchia cubului $ABCD A'B'C'D'$ are lungimea de 8 cm, punctul O este intersecția diagonalelor pătratului $ABCD$.
 - a) Să se arate că distanța punctului B' de la diagonala AC este $4\sqrt{6}$ cm.
 - b) Să se calculeze sinusul unghiului format de dreapta $B'O$ cu planul (ABC) .
 - c) Să se calculeze tangenta unghiului diedru al planelor $(B'C'O)$ și (ABC) !

TESTUL 3.**SUBIECTUL I- Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.****(30 de puncte)**

1. Rezultatul calculului $35 - 25 : 5$ este egal cu
2. Dacă $\frac{x-2}{4} = \frac{3}{2}$, atunci x este egal cu
3. Cel mai mare număr din mulțimea $M = \left\{ \frac{3}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ este egal cu
4. În trapezul $ABCD$ lungimea bazelor este egală cu $AB = 8$ cm și $CD = 6$ cm.
Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu ... cm.
5. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului format de dreptele AC și $D'C$ este egală cu ...°.
6. Tabelul de mai jos conține notele elevilor unei clase a VIII-a la simularea examenului de evaluare națională la matematică:



nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
număr elevi	0	0	2	2	5	6	5	5	4	1

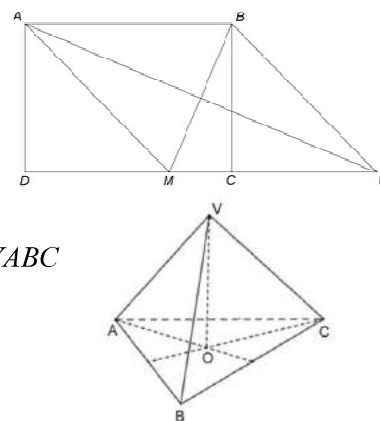
Conform informațiilor din tabel numărul elevilor de clasa a VIII-a care au primit cel puțin nota 8 la această evaluare este egal cu ...

SUBIECTUL al II-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**(30 de puncte)**

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu vârful în V .
2. Arătați că $(49^n + 16 \cdot 7^n + 55) : (2 \cdot 7^n + 22) \in \mathbb{N}$, pentru orice număr natural n .
3. Calculați media aritmetică a numerelor $a = \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} - \sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ și $b = \left[(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + 1 \right] : (3-\sqrt{6})$
4. La faza de selecție a unui concurs s-au prezentat de două ori mai multe fete decât băieți. După derulare acestei faze numărul fetelor a scăzut cu 30, iar numărul băieților a scăzut cu 6 și astfel numărul fetelor și numărul băieților promovați la faza finală a devenit egal.
 - a) Câte fete s-au prezentat la faza de selecție a concursului?
 - b) Cât la sută din numărul participanților la concurs au promovat în faza finală?
5. Fie expresia $E(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2$, unde x este număr real. Să se demonstreze că $E(x) + E(-x)$ este divizibil cu 4, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**(30 de puncte)**

1. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10$ cm și $AD = 8$ cm. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $AM = AB$. Mediana din vârful A al triunghiului ABM intersectează dreapta CD în punctul E .
 - a) Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 36 cm.
 - b) Calculați lungimea segmentului MC .
 - c) Arătați că patrulaterul $AMEB$ este romb.
2. În figura alăturată este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu $AB = 12$ cm, $VA = 18$ cm și O mijlocul bazei.
 - a) Arătați că aria bazei este egală cu $36\sqrt{3}$ cm².
 - b) Demonstrați că $VA \perp BC$.
 - c) Calculați distanța punctului O de la planul (VBC) .



TESTUL 4.

SUBIECTUL I- Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $82:41+55:11$ este egal cu
2. Media aritmetică a numerelor naturale 7, 9 și 11 este egală cu
3. Cel mai mic număr natural impar din intervalul (1; 6) este egal cu
4. În triunghiul ABC , AD este o mediană iar G este centrul de greutate al triunghiului. Dacă $AD=12\text{cm}$, atunci lungimea segmentului AG este de..... cm.
5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Măsura unghiului determinat de dreptele AC și BB' este de °.
6. În tabelul de mai jos este reprezentată repartiția pe vârste a membrilor unui club de tenis pentru elevi.

Numărul elevilor care au cel mult 12 ani este egal cu

vârsta	10	11	12	13	14	15
număr copii	8	6	13	9	10	15

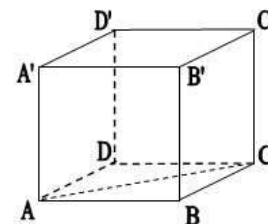


Figura 1

SUBIECTUL al II-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

(30 de puncte)

1. Desenați pe foaia de examen o prismă triunghiulară dreaptă, $ABCA'B'C'$.
2. Determinați numerele naturale n , pentru care numărul $\frac{15}{2n-1}$ este natural.
3. Teodora citește o carte în două zile. În prima zi citește 55% din numărul de pagini al cărții iar a doua zi, restul de 54 pagini. Calculați numărul de pagini al cărții.
4. Se consideră numerele reale $a = \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{3+\sqrt{8}}$ și $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{3-\sqrt{8}}$.
 - a) Arătați că numărul $n = a + 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$, este număr natural.
 - b) Arătați că $a + b = 6 + 2\sqrt{5}$.
5. Se consideră expresia $E(x) = (2+x)(2-x) + (x+3)^2 - 3(2x+3)$. Arătați că oricare ar fi numărul real x , $E(x)$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL al III-lea Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În figura 2 sunt reprezentate două trapeze dreptunghice, $ABCD$ și $FBCE$ cu $AF \perp BC$, $FE = AD = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$ și punctul B este mijlocul segmentului AF .
 - a) Calculați aria trapezului $ABCD$.
 - b) Calculați lungimea segmentului DE .
 - c) Arătați că măsura unghiului DCE este de 120° .
2. În figura 3 este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ în care M este mijlocul segmentului BC iar VO este înălțimea piramidei. Se dă $VM = 6\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$.
 - a) Calculați perimetrul unei fețe laterale a piramidei.
 - b) Arătați că $VA \perp VM$.
 - c) Arătați că sinusul unghiului format de dreapta VM cu planul (ABC) este egal cu $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

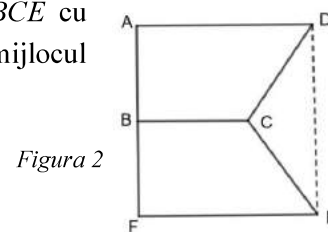


Figura 2

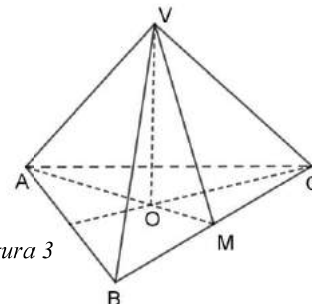


Figura 3

TESTUL 5.

SUBIECTUL I- Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

1. Rezultatul calculului $5 - 5 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$ este egal cu
2. Șase kilograme de mere costă 12 lei. Trei kilograme de mere de același fel costă lei.
3. Suma elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} | x + 1 \leq 3\}$ este egală cu
4. Rombul $ABCD$ are latura de 10cm . Perimetrul acestui romb este de cm .
5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor BC' și DD' are măsura de $^{\circ}$.
6. În clasele de gimnaziu ale unei școli sunt înscriși 500 de elevi. În diagrama alăturată este prezentată repartitia procentuală, pe clase, a elevilor din această școală.

Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasele a VIII-a este egal cu

(30 de puncte)

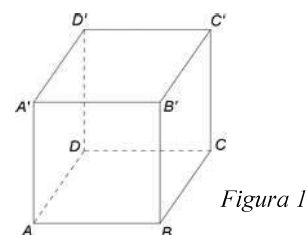
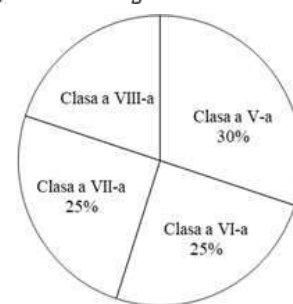


Figura 1



(30 de puncte)

SUBIECTUL al II-lea- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă cu vârful V și baza triunghiul ABC .
2. Determinați cifrele a și b , știind că numărul $\overline{1ab}$ are suma cifrelor egală cu 8 și este divizibil cu 5 .
3. Mihai are 34 de ani, iar fiul lui are 8 ani. Calculați peste câți ani vârsta lui Mihai va fi egală cu dublul vârstei fiului său.

4. Se consideră numerele reale $x = \frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} + \frac{10}{\sqrt{50}}$ și $y = \sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{27} = 2 - |\sqrt{3} - 2|$

a) Arătați că $x = 2\sqrt{2}$

b) Demonstrați că $y^{30} + x^{50} + |y^{30} - x^{50}| = 2^{76}$

5. Se consideră expresia $E(x) = 3 \cdot (x+1)^2 + 2(x+2) \cdot (x+3) - (x+5)$, unde x este număr real.

Demonstrați că, pentru orice număr natural n , $E(n)$ este divizibil cu 10 .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi DBC cu $BC = BD = 12cm$ și $DC = 12\sqrt{3}cm$. Punctul A este situat pe latura DC astfel încât $AC = 8\sqrt{3}cm$.

- a) Arătați că $AD = 4\sqrt{3}cm$.
- b) Arătați că distanța de la punctul B la dreapta DC este egală cu 6cm .
- c) Determinați măsura unghiului ABC .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 12cm$ și înălțimea $VO = 8cm$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD . Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv CV

- a) Arătați că patrulaterul $ABCD$ are aria egală cu $144 cm^2$.
- b) Demonstrați că planele NOM și VAB sunt paralele.
- c) Demonstrați că înălțimea din V a triunghiului VAM este egală cu

$$\frac{2\sqrt{445}}{5} cm^2$$

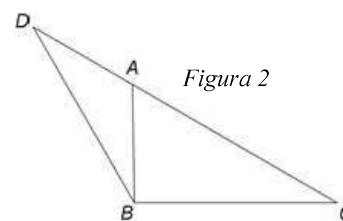


Figura 2

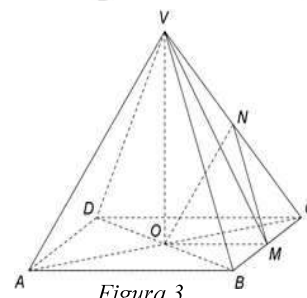


Figura 3

REZOLVĂRI

TESTUL 1.

SUBIECTUL I

1. Prima dată efectuăm împărțirea, după care scădem câtul din primul termen. $12 - 8 : 4 = 12 - 2 = 10$.

Pe foaia de examen vei scrie: 10

2. 10% din 80 se calculează astfel: $80 \cdot 10\% = 80 \cdot \frac{10}{100} = \frac{800}{100} = 8$.

Pe foaia de examen vei scrie: 8

3. Determinăm mulțimea A , prin enumerarea elementelor. În mulțimea A sunt numere naturale mai mici, sau egale cu 5, adică $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Mulțimea A are 6 elemente.

Pe foaia de examen vei scrie: 6

4. Aria unui pătrat de latură a este egală cu $A = a^2$, deci $A = 6^2 = 6 \cdot 6 = 36(\text{cm}^2)$.

Pe foaia de examen vei scrie: 36

5. Diagonalele unui pătrat sunt perpendiculare. Toate fețele unui cub sunt pătrate. Segmentele $B'C$ și BC' sunt diagonalele pătratului $BB'C'C$, deci sunt drepte perpendiculare. Măsura unghiului format de dreptele $B'C$ și BC' este egală cu 90° . (figura 1)

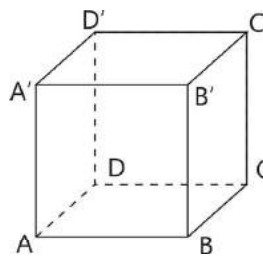


Figura 1a

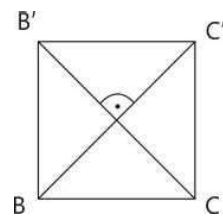


Figura 1b

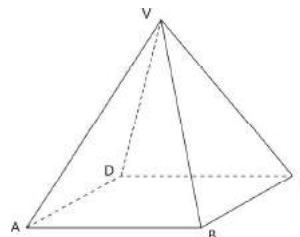
Pe foaia de examen vei scrie: 90

6. Notele mai mari decât 7 sunt 8, 9 și 10. Numărul elevilor, care au luat notă mai mare decât 7 îl aflăm, dacă adunăm numerele scrise sub 8, 9 și 10 în rândul al doilea al tabelului: $3 + 4 + 1 = 8$.

Pe foaia de examen vei scrie: 8

SUBIECTUL al II-lea

1. Desenarea piramidei $VABCD$ și notarea vârfurilor.



2. Media aritmetică a două numere este egală suma numerelor împărțită la 2, iar media geometrică a două numere este egală cu radical din produsul lor: $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{27+3}{2} = \frac{30}{2} = 15$,

$$m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9.$$

Diferența dintre media aritmetică și cea geometrică este: $m_a - m_g = 15 - 9 = 6$.

3. Biciclistul parcurge în prima zi jumătatea drumului, adică a $\frac{1}{2}$ -a parte: $180 \cdot \frac{1}{2} = \frac{180}{2} = 90(\text{km})$.

Lungimea drumului rămas după prima zi este 90km ($180 - 90 = 90$).

În a doua zi biciclistul parcurge 25% din drumul rămas, adică 25% din 90 km:
 $90 \cdot 25\% = 90 \cdot \frac{25}{100} = 90 \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{4} = \frac{45}{2} = 45 : 2 = 22,5(\text{km})$, deci lungimea drumului parcurs în a doua zi este de 22,5km.

În primele două zile biciclistul a parcurs o distanță de $90 + 22,5 = 112,5(\text{km})$.

Pentru a treia zi i-au mai rămas de parcurs $180 - 112,5 = 67,5(\text{km})$.

4. Desenăm sistemul ortogonal de axe de coordonate xOy . (figura 3.a)
- a) Reprezentăm punctele $A(-4, 3)$ și $B(3, 1)$ cu ajutorul unor drepte paralele cu axele de coordonate Ox și Oy (figura 3.b)
- b) Proiecția ortogonală a segmentului AB pe axa absciselor Ox o aflăm dacă ducem perpendicularele AA' respectiv BB' pe axa Ox (figura 3.c) unde punctele A' și B' sunt picioarele perpendicularelor, situate pe axa Ox . Segmentul $A'B'$ este proiecția ortogonală a segmentului AB pe axa absciselor. Acest segment are lungimea de 7 unități, fiecare unitate fiind de 1cm lungime, găsim că lungimea proiecției este de 7 cm.
- Observație:* lungimea segmentului $A'B'$ este egală cu suma modulelor absciselor punctelor A' și B' .

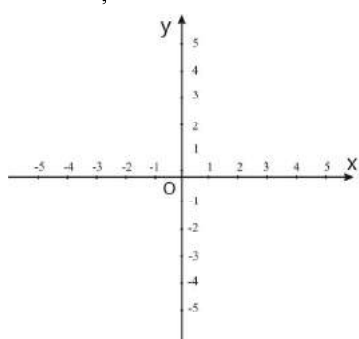


figura 3.a

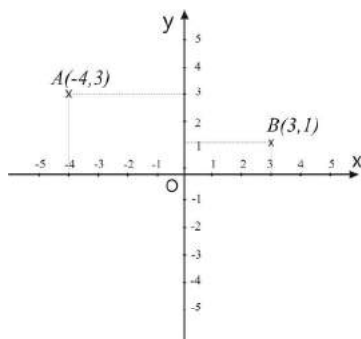


figura 3.b

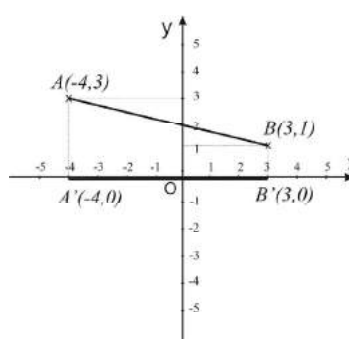


figura 3.c

5. Efectuăm ridicarea la pătrat în primii doi termeni ai expresiei $E(x)$, prin utilizarea formulelor de calcul prescurtat $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ și $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Al treilea termen al expresiei este modulul unei sume a doi termeni pozitivi $(2x^2 + 3)$ ceea ce înseamnă că modulul sumei va fi egal cu suma însăși. Desfacem parantezele, având grijă să schimbăm semnul tuturor termenilor, dacă avem semn minus în fața parantezei.

$$E(x) = (x^2 - 2x + 1^2) + (x^2 + 4x + 2^2) - (2x^2 + 3) = x^2 - 2x + 1^2 + x^2 + 4x + 2^2 - 2x^2 - 3$$

Adunăm termenii asemenea, dăm factor comun pe 2 și obținem:

$$E(x) = (x^2 + x^2 - 2x^2) + (-2x + 4x) + (1 + 4 - 3) = 2x + 2 = 2(x + 1)$$

Calculăm valoarea expresiei $E(x)$ înlocuind pe rând numerele 2, 4, 6, ..., 98. În total sunt 49 de numere pare, mai mici decât 100.

$$E(2) = 2(2+1) = 2 \cdot 3, E(4) = 2(4+1) = 2 \cdot 5, \dots, E(98) = 2(98+1) = 2 \cdot 99$$

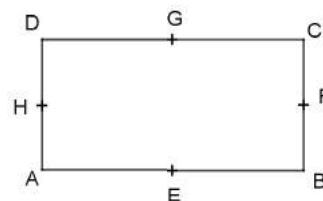
Înlocuind aceste rezultate în numărul A , obținem

$$A = \frac{E(2)}{2 \cdot 3} + \frac{E(4)}{2 \cdot 5} + \frac{E(6)}{2 \cdot 7} + \dots + \frac{E(98)}{2 \cdot 99} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 7} + \dots + \frac{2 \cdot 99}{2 \cdot 99}$$

Simplificăm. $A = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{\text{de 49 de ori}} = 49$, deci A este divizibil cu 7.

SUBIECTUL al III-lea

1. Ip: $ABCD$ dreptunghi, $AB = 20\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$
 E, F, G și H mijloacele segmentelor AB, BC, CD și DA
 C: a) $P_{ABCD} = 70\text{cm}$
 b) $EF \parallel GH$
 c) $d(A, BD) = 12\text{cm}$

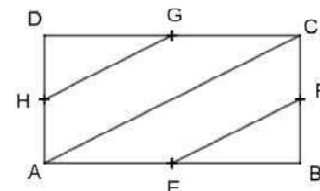


Rezolvare:

- a) Perimetrul dreptunghiului este egal cu suma laturilor sale, adică:

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 20 + 15 + 20 + 15 = 70(\text{cm})$$

- b) Punctele E, F, G și H sunt mijloacele segmentelor AB, BC, CD și DA
 Astfel EF este linie mijlocie în triunghiul dreptunghic ABC , deci este paralelă cu ipotenuza AC . Analog, GH este linie mijlocie în triunghiul dreptunghic ADC , deci este paralelă cu ipotenuza AC .



Din proprietatea de tranzitivitate a relației de paralelism (dacă două

drepte sunt paralele cu o a treia dreaptă, atunci sunt paralele între ele) rezultă:

$$EF \parallel AC, GH \parallel AC \Rightarrow EF \parallel GH$$

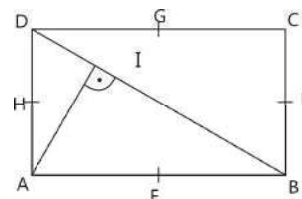
- c) Distanța punctului A de la diagonala BD este segmentul AI , unde I este piciorul perpendicularei din A pe BD .

Utilizând teorema lui Pitagora determinăm lungimea ipotenuzei BD din triunghiul dreptunghic ABD .

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \Rightarrow BD = 25(\text{cm}).$$

Într-un triunghi dreptunghic lungimea înălțimii, care aparține ipotenuzei, este egală cu raportul produsului catetelor cu ipotenuza.

$$\text{În triunghiul } ABD \text{ avem } AI = \frac{AD \cdot AB}{BC} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12(\text{cm}).$$



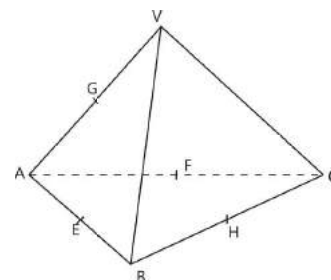
2. Ip: $VABC$ tetraedru regulat, $AB = 18\text{cm}$

E, F, G și H mijloacele segmentelor AB, AC, AV și BC

- C: a) suma muchiilor tetraedrului este egală cu 108 cm .

b) $A_{EFG} = ?$

c) $d(G, HF) = ?$



Rezolvare:

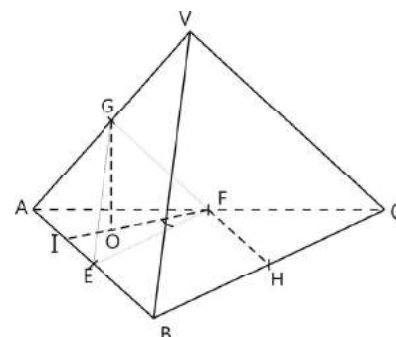
- a) Tetraedrul fiind regulat, are toate muchiile egale și suma acestora este:

$$VA + VB + VC + AB + BC + CA = 6 \cdot 18 = 108(\text{cm})$$

- b) Punctele E, F și G sunt mijloacele segmentelor AB, AC și AV deci EG, EF și FG sunt linii mijlocii în triunghiurile ABV, ABC respectiv ACV . Într-un triunghi o linie mijlocie are lungimea egală cu jumătatea lungimii laturii cu care este paralelă. Rezultă că triunghiul EFG este echilateral, având lungimea laturii egală cu

$$a = \frac{AB}{2} = 9(\text{cm}).$$

Formula de calcul a ariei triunghiului echilateral



este $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, unde a este lungimea laturii triunghiului. Înlocuind în formulă obținem

$$A_{EFG} = \frac{EF^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9^2\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2).$$

c) Din punctul b) rezultă că $AEFG$ este un tetraedru regulat.

Fie FI înălțimea triunghiului AEF , $I \in AE$ și fie $O \in IF$ piciorul înălțimii GO a tetraedrului $AEFG$.

Construim, cu ajutorul teoremei celor trei perpendiculare, segmentul care măsoară distanța punctului G de la segmentul HF .

Prima dată demonstrăm că unghiul IFH este unghi drept. Triunghiul AEF este echilateral, având toate unghiurile de 60° , IF este înălțime și bisectoare în acest triunghi, de unde rezultă că $\widehat{IFE} = 30^\circ$. EF și HF sunt linii mijlocii în triunghiul ABC , deci $EF \parallel BC$, $FH \parallel AB$, de unde rezultă că patrulaterul $EBHF$ este un paralelogram. Astfel avem $\widehat{EFH} = \widehat{EBH} = 60^\circ$. De unde obținem $\widehat{IFH} = \widehat{IFE} + \widehat{EFH} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

Conform teoremei celor trei perpendiculare avem: $GO \perp (AEF)$
 $OF \perp FH$ ($\widehat{IFH} = 90^\circ$)
 $OF, FH \subset (AEF)$ } $\Rightarrow GF \perp FH$, deci

distanța căutată este GF

Segmentul GF este linie mijlocie în triunghiul VAC , deci $GF = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9(\text{cm})$.

TESTUL 2.

SUBIECTUL I

1. Prima dată efectuăm împărțirea $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{5}$, apoi calculăm suma $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Pe foaia de examen vei scrie: 1

2. Pentru a transforma o fracție periodică mixtă într-o fracție ordinară vom scrie la numărător numărul format din toate cifrele, din care scădem numărul format din cifrele aflate înainte de perioadă, iar la numitor vom scrie atâtea cifre de 9, câte cifre sunt în perioadă și atâtea cifre de 0, câte cifre sunt între virgulă și perioadă $3,1(6) = \frac{316-31}{90} = \frac{285}{90}$ nu este ireductibil, simplificăm cu 15, și obținem

$$\text{că } 3,1(6) = \frac{19}{6}$$

Pe foaia de examen vei scrie: $\frac{19}{6}$

3. 20% din numărul $180 = 180 \cdot 20\% = 180 \cdot \frac{20}{100} = 36$

Pe foaia de examen vei scrie: 36

4. Perimetrul dreptunghiului este egal cu suma laturilor.

$$P = 2\text{lungime} + 2\text{lățime, adică } P = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 8 = 24 + 16 = 40 \text{ cm.}$$

Pe foaia de examen vei scrie: 40

5. Un tetraedru are 6 muchii. Într-un tetraedru regulat muchiile sunt egale. Deci lungimea unei muchii este egală cu $18:6 = 3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}$.

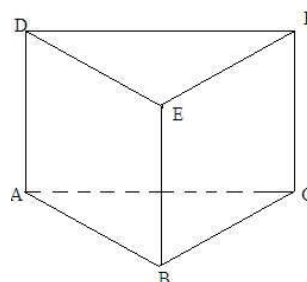
Pe foaia de examen vei scrie: 30

6. Adunăm numărul elevilor din fiecare interval: $3+5+6+8+4+3+2=31$

Pe foaia de examen vei scrie: 31

SUBIECTUL al II-lea

1. Desenarea prisme triunghiulare regulate $ABCDEF$ și notarea vârfurilor



2. $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ aducem la numitor comun.

$$a = \frac{\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2-2^2} = 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}, \text{ se știe că } 19 < 20 < 21 \text{ rezultă că}$$

$$\sqrt{19} < \sqrt{20} < \sqrt{21} \Rightarrow a \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$$

3. Notăm cu x numărul mai mic, atunci cel mare este $x+34$.

$$3 \cdot (x+34) + 2x = 187 \quad \text{efectuăm înmulțirea}$$

$$3x + 102 + 2x = 187 \quad \text{scădem 102 din fiecare membru}$$

$$5x = 85 \quad \text{împărțim cu 5}$$

$$x = 17 \text{ este numărul mai mic. Numărul mai mare este: } 17 + 34 = 51.$$

4. $A \cap \mathbb{Q}$ înseamnă numerele raționale din A : $-1; 1; (4); \frac{1}{3}; -\sqrt{0,01} = -\sqrt{\frac{1}{100}} = -\frac{1}{10}$. $\text{card}(A \cap \mathbb{Q}) = 4$

$$A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \text{ înseamnă numerele iraționale din } A: \sqrt{2}; \sqrt{12}; \pi, \text{ adică } \text{card}(A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})) = 3$$

Deci $A \cap \mathbb{Q}$ are mai multe elemente.

5. Aplicăm formula de calcul prescurtat $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, desfacem paranteza și adunăm termenii asemenea

$$E(x) = (x+1)^2 + 2(x-7) + 1 = x^2 + 2x + 1 + 2x - 14 + 1 = x^2 + 4x - 12 =$$

$$= x^2 + 6x - 2x - 12 = x(x+6) - 2(x+6) = (x+6)(x-2)$$

Am scris $4x$ sub forma $6x - 2x$, apoi am grupat termenii

6. Egalitatea $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$ se poate scrie sub forma

$$\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{(y+2)^2 + 9} = 5$$

$$\text{Deoarece pătratul unui număr este pozitiv} \Rightarrow (x-1)^2 + 4 \geq 4 \text{ și } (y+2)^2 + 9 \geq 9$$

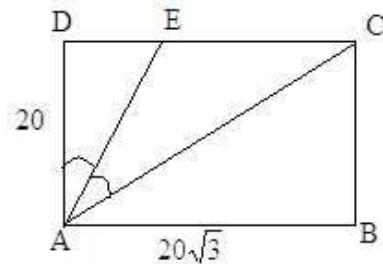
$$\text{Se obține } \sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{(y+2)^2 + 9} \geq \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$$

Rezultă că $\sqrt{(x-1)^2+4} + \sqrt{(y+2)^2+9} = 5$ numai dacă $(x-1)^2 = 0$ și $(y+2)^2 = 0$, adică $x-1=0$ și $y+2=0$. Deci $x=1$ și $y=-2$

SUBIECTUL al III-lea

1. Ip: $ABCD$ dreptunghi, $AB = 20\sqrt{3}$ cm, $BC = 20$ cm
 AE bisectoarea unghiului DAC

- C: a) $\widehat{BAC} = 30^\circ$
 b) $AE = EC$
 c) $\frac{A_{AEC}}{A_{ADE}} = ?$



Rezolvare:

a) În triunghiul dreptunghic ABC avem $\operatorname{tg} \widehat{BAC} = \frac{\text{catetă opusă}}{\text{catetă alăturată}} = \frac{BC}{AB} = \frac{20}{20\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ$

b) Din punctul a) rezultă că $\widehat{DAC} = 60^\circ$ (complementara unghiului BAC). AE este bisectoare, deci $\Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{EAC} = 30^\circ$.

$AB \parallel CD$, AC secantă $\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (unghiuri alterne interne)

Am obținut că în triunghiul AEC $\widehat{ECA} = \widehat{EAC} = 30^\circ \Rightarrow$ triunghiul AEC este isoscel (unghiurile la bază sunt congruente). Deci $AE = EC$

Observație: măsura unghiului EAC o putem determina și folosind faptul că este complementara unghiului $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

c) În triunghiul dreptunghic ADE avem $\widehat{DAE} = 30^\circ$. Cateta DE opusă unghiului $\widehat{DAE} = 30^\circ$ este jumătate din ipotenuza AE . Fie $DE = x$, atunci $AE = 2x$. Conform teoremei lui Pitagora avem:

$$AE^2 = DE^2 + AD^2 \Rightarrow (2x)^2 = x^2 + 20^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 400 \Rightarrow 3x^2 = 400 \Rightarrow x^2 = \frac{400}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

Deci $DE = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ cm și $EC = CD - DE = 20\sqrt{3} - \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{60\sqrt{3} - 20\sqrt{3}}{3} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ (cm)

Obținem $\frac{EC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{40}{20} = 2$. Deci $\frac{A_{AEC}}{A_{ADE}} = \frac{EC \cdot AD}{ED \cdot AD} = \frac{EC \cdot \cancel{AD}}{\cancel{ED} \cdot \cancel{AD}} = \frac{EC}{ED} = 2$

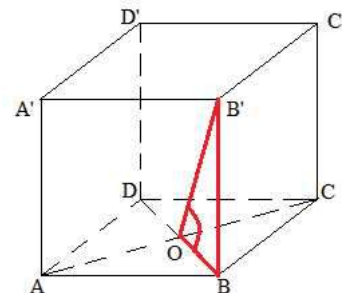
Observație: raportul $\frac{EC}{ED}$ se poate obține și dacă observăm că $AC = 40$ (într-un triunghi dreptunghic

cateta opusă unghiului de 30° este jumătatea ipotenuzei) și aplicăm teorema bisectoarei:

$$\frac{EC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{40}{20} = 2$$

2. Ip: $ABCD A'B'C'D'$ cub

- $AB = 8$ cm
 $AC \cap BD = \{O\}$



- C: a) $d(B', AC) = 4\sqrt{6}\text{cm}$
 b) $\sin(\widehat{B'O, (ABCD)}) = ?$
 c) $\text{tg}(\widehat{(B'C'O), (ABC)}) = ?$

Rezolvare:

a) Aplicăm teorema celor trei perpendiculare $B'B \perp (ABC)$, $BO \perp AC \Rightarrow B'O \perp AC$. Deci distanța punctului B' de la AC este lungimea segmentului $B'O$.

$BO = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ (este jumătate din diagonala pătratului de latura 8 cm).

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul $BB'O$:

$$B'O^2 = BB'^2 + BO^2 = 64 + 32 = 96 \Rightarrow B'O = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

b) Proiecția segmentului $B'O$ la planul (ABC) este BO , deci trebuie calculat sinusul unghiului $B'OB$. Într-un triunghi dreptunghic, sinusul unui unghi ascuțit este raportul dintre lungimea catetei opuse și lungimea ipotenuzei.

$$\Rightarrow \sin \widehat{B'OB} = \frac{\text{catetă opusă}}{\text{ipotenuza}} = \frac{BB'}{B'O} = \frac{8}{4\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

c) Obținem unghiul diedru, dacă

- i. Căutăm dreapta comună.
- ii. Ducem perpendiculare pe dreapta comună în cele două plane.
- iii. Măsura unghiului format de cele două perpendiculare va fi măsura unghiului diedru.

Ducem paralela prin punctul O la dreapta $B'C'$, care intersectează dreptele AB și CD în punctele M respectiv N

$$\Rightarrow MN = (OB'C') \cap (ABC)$$

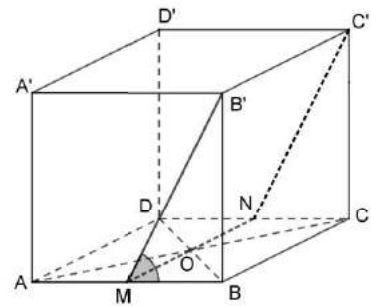
$$BM \perp BC \parallel MN \Rightarrow BM \perp MN$$

$$\left. \begin{array}{l} NM \parallel B'C' \perp (ABB'A') \\ B'M \subset (ABB'A') \end{array} \right\} \Rightarrow NM \perp B'M$$

$MB \perp MN$ și $B'M \perp MN$, deci măsura unghiului diedru format de planele $(OB'C')$ și (ABC) este egală cu măsura unghiului $B'MB$.

Tangenta unui unghi ascuțit într-un triunghi dreptunghic este raportul dintre cateta opusă și cateta

alăturată unghiului. Deci $\text{tg} \widehat{B'MB} = \frac{BB'}{MB} = \frac{8}{4} = 2$



TESTUL 3.

SUBIECTUL I

1. Prima dată efectuăm împărțirea, după care scădem câtul din primul termen: $35 - 25 : 5 = 35 - 5 = 30$

Pe foaia de examen vei scrie: 30

2. Avem de calculat termenul necunoscut $(x - 2)$ din proporția $\frac{x-2}{4} = \frac{3}{2}$, adică $x - 2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$,

după care rezolvăm ecuația $x - 2 = 6$ și obținem $x = 8$.

Pe foaia de examen vei scrie: 8

3. Pentru a obține numărul cel mai mare al mulțimii $M = \left\{ \frac{3}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ înlocuim numere naturale în

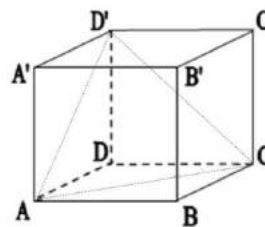
locul lui n . Observăm, că înlocuind numere naturale din ce în ce mai mari, valoarea fracției $\frac{3}{n+1}$ devine din ce în ce mai mică. 0 este cel mai mic număr natural, care poate fi înlocuit în locul lui n , pentru care valoarea fracției este egală cu 3. Deci cel mai mare număr din mulțimea M este 3.

Pe foaia de examen vei scrie: 3

4. Linia mijlocie a trapezului este egală cu media aritmetică a bazelor, adică $\frac{AB+CD}{2} = \frac{8+6}{2} = 7$ cm.

Pe foaia de examen vei scrie: 7

5. În cubul $ABCD A' B' C' D'$ AC și $D'C$ sunt diagonalele fețelor. Dacă ducem și diagonala AD' atunci cele trei diagonale formează un triunghi echilateral, în care măsura unghiurilor este de 60° . Prin urmare măsura unghiului format de dreptele AC și $D'C$ este de 60°



Pe foaia de examen vei scrie: 60

6. Cel puțin 8 înseamnă 8 sau mai mare decât 8. Adunăm numerele din rândul al doilea al tabelului, care se află sub numerele 8, 9 și 10. Obținem $5+4+1=10$, care este numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 8.

Pe foaia de examen vei scrie: 10

SUBIECTUL al II-lea

- Desenarea piramidei și notarea vârfurilor.
- În prima paranteză, scriind pe 55 ca $64-9$, putem obține diferența a două pătrate. Din a doua paranteză dăm factor comun pe 2. Astfel în rezultat va fi o sumă de două numere impare, care este număr par, deci divizibil cu 2.

$$\begin{aligned} (49^n + 16 \cdot 7^n + 55) : (2 \cdot 7^n + 22) &= (7^{2n} + 2 \cdot 8 \cdot 7^n + 64 - 9) : (2 \cdot 7^n + 22) = \left[(7^n + 8)^2 - 3^2 \right] : (2 \cdot 7^n + 22) = \\ &= \left[(7^n + 8) + 3 \right] \cdot \left[(7^n + 8) - 3 \right] : \left[2 \cdot (7^n + 11) \right] = (7^n + 11) \cdot (7^n + 5) : 2 \cdot (7^n + 11) = (7^n + 5) : 2 \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

pentru orice număr natural n , deoarece $(7^n + 5)$ este număr par, deci divizibil cu 2.

- Aducem la forma cea mai simplă numerele date. Raționalizăm numitoarele fracțiilor din numărul a amplificând ambele fracții cu conjugatul numitorului corespunzător, după care efectuăm înmulțirea parantezei cu numărul din fața parantezei, având grijă să schimbăm semnul ambilor termeni, deoarece înmulțim cu un număr negativ. În final adunăm termenii asemenea și obținem $a = 1$

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{5-2}}{\sqrt{5+2}} + \frac{\sqrt{6-\sqrt{5}}}{\sqrt{6+\sqrt{5}}} - \sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2) \cdot (\sqrt{5}-2)} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{5})} - \sqrt{6}+3 = \\ &= \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5} - \sqrt{6}+3 = \sqrt{5}-2 + \sqrt{6}-\sqrt{5} - \sqrt{6}+3 = 1 \end{aligned}$$

În cazul numărului b efectuăm ridicarea la pătrat cu ajutorul formulei adecvate (pătratul unei diferențe este egal cu primul termen la pătrat, minus produsul dublu al termenilor, plus al doilea termen la pătrat), adunăm termenii asemenea. Observăm că putem da factor comun pe 2 din prima paranteză și astfel putem efectua operația de împărțire. În final obținem $b = 2$

$$b = \left[(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + 1 \right] : (3 - \sqrt{6}) = (3 - 2\sqrt{6} + 2 + 1) : (3 - \sqrt{6}) = (6 - 2\sqrt{6}) : (3 - \sqrt{6}) = 2(3 - \sqrt{6}) : (3 - \sqrt{6}) = 2$$

Media aritmetică a numerelor a și b este egală cu semisuma numerelor: $\frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

4. a) Numărul fetelor este dublul numărului băieților, deci este suficient să notăm numărul băieților cu x și astfel numărul fetelor va fi $2x$.

Conform textului problemei numărul fetelor scade cu 30, iar numărul băieților scade cu 6 și astfel numărul fetelor devine egal cu cel al băieților. Acest lucru se scrie sub forma unei egalități

$$2x - 30 = x - 6$$

Rezolvând această ecuație obținem numărul băieților care este $x = 24$ și ca urmare numărul fetelor este egal cu 48.

Răspuns: 48 de fete au participat la faza de selecție a concursului.

b) Conform punctului a) în faza de selecție a concursului au participat $24 + 48 = 72$ de concurenți. După derularea primei faze numărul fetelor a scăzut cu 30, iar numărul băieților a scăzut cu 6, deci au promovat în faza următoare a concursului $48 - 30 = 18$ fete și $24 - 6 = 18$ băieți, deci în total 36 de concurenți, care din totalul de 72 de concurenți reprezintă jumătate, adică 50%.

Răspuns: 50% din numărul concurenților au promovat în faza următoare a concursului.

5. Efectuăm ambele ridicări la pătrat în expresia $E(x)$, utilizând formulele de calcul prescurtat:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, după care adunăm termenii asemenea:

$$E(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 2$$

Pentru a calcula expresia $E(-x)$ înlocuim $-x$ în locul lui x și procedăm ca și la $E(x)$:

$$E(-x) = (-x+1)^2 + (-x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 2$$

Adunăm cele două rezultate obținute la $E(x)$ și $E(-x)$ și adunăm termenii asemenea. Observăm că rezultatul final conține doi termeni, care ambele sunt multiplu de 4, deci putem da factor comun și astfel rezultatul poate fi scris ca produs de doi factori.

$$E(x) + E(-x) = 2x^2 + 2 + 2x^2 + 2 = 4x^2 + 4 = 4(x^2 + 1)$$

Un produs de doi, sau mai mulți factori este divizibil cu oricare dintre factori. Rezultatul obținut fiind un produs de doi factori, dintre care unul este 4, rezultă că $E(x) + E(-x)$ este divizibil cu 4, oricare ar fi numărul real x .

SUBIECTUL al III-lea

1. În baza enunțului construim desenul pe foaia de examen și scriem ipotezele și concluziile.

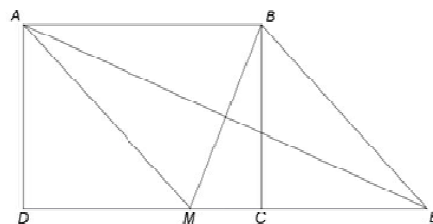
Ip: $ABCD$ dreptunghi, adică $AB \equiv CD = 10$, $AD \equiv BC = 8$, $AD \perp DC$

$AM = AB$, $M \in CD$, AE mediană în $\triangle AMB$ și $E \in CD$

C: a) $P_{ABCD} = 36$ cm

b) $MC = ?$

c) patrulaterul $AMEB$ este romb ($AM \equiv ME \equiv EB \equiv AB$)



Rezolvare:

- a) Perimetrul dreptunghiului este egal cu suma laturilor, dar laturile opuse fiind egale două câte două, rezultă că perimetrul va fi: $P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 = 36$ (cm).

b) Prima dată calculăm lungimea segmentului DM cu ajutorul teoremei lui Pitagora din triunghiul ADM dreptunghic în D ($m(\widehat{ADM}) = 90^\circ$). DM este catetă, deci $DM^2 = AM^2 - AD^2$

$$\Rightarrow DM^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow DM = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}. MC = DC - DM = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}.$$

c) Avem de demonstrat că laturile patrulaterului $AMEB$ sunt egale.

Știim că $AM = AB$. Avem $AB \parallel CD$, AE secantă $\Rightarrow m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{AEM})$

În triunghiul isoscel AMB mediana AE este și bisectoare de unde rezultă că $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{MAE})$

Prin urmare $m(\widehat{AEM}) = m(\widehat{MAE})$, ceea ce înseamnă că

triunghiul AME este isoscel, ($AM = ME$)

În final din $AB \parallel ME$ rezultă că patrulaterul $AMEB$ este romb.

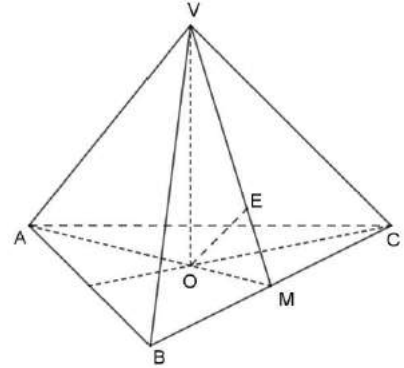
2. În baza enunțului construim piramida pe foaia de examen și scriem ipotezele și concluziile.

Ip: $VABC$ piramidă patrulateră regulată, O centrul bazei, $AB = 12 \text{ cm}$, $VA = 18 \text{ cm}$

C: a) $A_{ABC} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

b) $VA \perp BC$

c) $d(O, (VBC)) = ?$



a) Baza piramidei triunghiulare regulate este un triunghi echilateral, al cărui arie este egală cu semiprodusul dintre lungimea unei laturi cu lungimea înălțimii corespunzătoare. În triunghiul ABC

lungimea înălțimii este egală cu $h = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$. Aria bazei este egală cu

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Perpendicularitatea dreptelor necoplanare VA și BC se demonstrează prin a arăta că una dintre drepte este perpendiculară pe un plan, care conține cealaltă dreaptă.

Fie AM înălțimea din A , care este în același timp și mediană, adică $AM \perp BC$. În triunghiul isoscel VBC punctul M este mijlocul segmentului BC , deci VM este înălțime, adică $VM \perp BC$.

Astfel BC este perpendicular atât pe AM cât și pe VM și în concluzie este perpendicular pe planul VAM . Rezultă că $BC \perp VA$.

c) Distanța unui punct de la un plan este egală cu lungimea perpendicularei din punct pe plan. Lungimea unui segment de regulă se calculează dintr-un triunghi dreptunghic. $VABC$ este o piramidă regulată, înălțimea VO este perpendiculară pe planul bazei, deci triunghiul VOM este dreptunghic în O . În acest triunghi ducem înălțimea OE , adică $(OE \perp VM)$.

În punctul b) am arătat, că $BC \perp (VAM)$ de unde rezultă că $BC \perp OE$, deoarece OE este o dreaptă din planul VAM . În consecință dreapta OE este perpendiculară pe două drepte secante din planul VBC , deci este perpendiculară pe tot planul. Aceasta înseamnă, că distanța punctului O de la planul VBC este exact OE .

Cum aflăm lungimea segmentului OE ?

Dacă se cunosc lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic, atunci lungimea înălțimii ipotenuzei poate fi calculată, prin scrierea ariei triunghiului în două feluri.

VMB triunghi dreptunghic $\Rightarrow VM^2 = VB^2 - BM^2 = 18^2 - 6^2 = 324 - 36 = 288 \Rightarrow VM = 12\sqrt{2}$ (cm).

Punctul O este centrul bazei, care este triunghi echilateral, deci O este și intersecția medianelor.

$$\text{Avem } OM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}).$$

$$VO^2 = VM^2 - OM^2 = 288 - 12 = 276 \Rightarrow VO = 2\sqrt{69}(\text{cm}).$$

$$A_{VOM} = \frac{VO \cdot OM}{2} = \frac{VM \cdot OE}{2} \Rightarrow OE = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{2\sqrt{69} \cdot 2\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2}}(\text{cm})$$

TESTUL 4.

SUBIECTUL I

1. Prima dată efectuăm cele două împărțiri, după care adunăm câturile $82 : 41 + 55 : 11 = 2 + 5 = 7$.

Pe foaia de examen vei scrie: 7

2. Media aritmetică a celor trei numere se calculează împărțind la 3 suma numerelor:

$$\frac{7+9+11}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

Pe foaia de examen vei scrie: 9

3. Numerele naturale din intervalul (1; 6) sunt 2, 3, 4, 5. Cel mai mic număr impar dintre aceștia este 3.

Pe foaia de examen vei scrie: 3

4. Centrul de greutate G se află pe mediana AD , astfel încât lungimea segmentului AG este de două ori mai mare decât lungimea segmentului GD . Lungimea segmentului AG se calculează împărțind la 3 lungimea segmentului AD (12cm) apoi înmulțind cu doi rezultatul obținut. Deci $(12 : 3) \cdot 2 = 8$ cm.

Pe foaia de examen vei scrie: 8

5. Muchia BB' a cubului este perpendiculară pe fața $ABCD$, deci este perpendiculară pe fiecare dreaptă din planul $ABCD$. Dreapta AC este conținută în planul $ABCD$ de unde rezultă că dreptele AC și BB' sunt perpendiculare, deci măsura unghiului format de dreptele AC și BB' este egală cu 90° .

Pe foaia de examen vei scrie: 90

6. Formularea de „cel mult 12 ani” înseamnă 12 ani sau mai mic (12, 11 sau 10). Adunăm numărul copiilor de 12, 11 și 10 ani (adică adunăm numerele din rândul al doilea al tabelului, care se află sub numerele 12, 11 și 10): $8 + 6 + 13 = 27$.

Pe foaia de examen vei scrie: 27

SUBIECTUL al II-lea

1. Desenarea prisme și notarea vârfurilor.

2. Valoarea fracției $\frac{15}{2n-1}$ este număr natural, dacă numărul $2n-1$ este egal cu vreunul din divizorii

lui 15 adică (1, 3, 5, 15). Egalăm pe rând numărul $2n-1$ cu numerele 1, 3, 5 și 15 și rezolvăm cele patru ecuații. Luăm în considerare doar acele soluții care sunt numere naturale!

$$2n-1=1 \quad \text{ordonăm termenii} \quad 2n-1=3 \quad 2n-1=5 \quad 2n-1=15$$

$$2n=2 \quad \text{împărțim la 2} \quad 2n=4 \quad 2n=6 \quad 2n=16$$

$$n=1 \in \mathbb{N} \quad n=2 \in \mathbb{N} \quad n=3 \in \mathbb{N} \quad n=8 \in \mathbb{N}$$

Răspuns: numărul natural n poate lua valorile de 1, 2, 3 sau 8 ($n \in \{1, 2, 3, 8\}$).

3. Știind că Teodora a citit în prima zi 55% din numărul total de pagini, rezultă că pentru a doua zi i-au mai rămas de citit 45% din numărul total de pagini, care este egal cu 54. Fie x numărul de pagini al cărții. A $\frac{45}{100}$ -a parte din x este egal cu 54. Deci $x \cdot \frac{45}{100} = 54 \Rightarrow x = \frac{54 \cdot 100}{45} = 120$

$$x \cdot \frac{45}{100} = 54 \Rightarrow x = \frac{54 \cdot 100}{45} = 120$$

Observație: Problema se poate rezolva și cu regula de trei simplă.

4. Pentru a aduce la forma cea mai simplă numerele a și b raționalizăm numitorul amplificând fiecare fracție cu conjugata numitorului:

$$a = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} + \frac{3-\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} + \frac{3-\sqrt{8}}{9-8} = \sqrt{5}-2+3-\sqrt{8} = 1+\sqrt{5}-2\sqrt{2}. \text{ Analog: } b = 5+\sqrt{5}+2\sqrt{2}$$

$$a) n = a + 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 1 + \sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 1 \in \mathbb{N}$$

$$b) a + b = 1 + \sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 5 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{5}$$

5. Utilizăm formulele de calcul prescurtat $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ și $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, după care adunăm termenii asemenea. Astfel obținem:

$$E(x) = (2+x)(2-x) + (x+3)^2 - 3(2x+3) = 4 - x^2 + x^2 + 6x + 9 - 6x - 9 = 4 = 2^2$$

SUBIECTUL al III-lea

1. Ip: $ABCD$ și $FBCE$ sunt trapeze dreptunghice

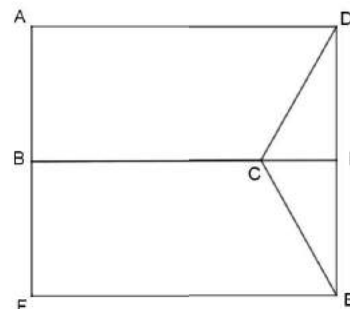
$$AF \perp BC, AB = BF$$

$$FE = AD = 8 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}, AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$C: a) A_{ABCD} = ?$$

$$b) DE = ?$$

$$c) \widehat{DCE} = 120^\circ$$



Rezolvare

a) Aria trapezului este egală cu baza mare (AD) plus baza mică (BC), totul înmulțit cu înălțimea (AB) și

$$\text{împărțit la 2, adică } A_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = \frac{(8 + 6) \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Știind că $ABCD$ și $FBCE$ sunt trapeze dreptunghice, iar $AFED$ este dreptunghi $\Rightarrow ED = AF$.

Punctul B este mijlocul segmentului AF , deci $DE = AF = 2AB = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$

c) Pentru a determina măsura unui unghi, de obicei căutăm un triunghi dreptunghi. De aceea prelungim latura BC astfel încât să intersecteze dreapta DE . Notăm cu P punctul de intersecție. Astfel obținem dreptunghiurile $ABPD$ și $BFED$ și respectiv triunghiurile CPD și CPE dreptunghice în P . În triunghiurile CPD și CPE avem $DP = PE = AB = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$ și $CP = AD - BC = 8 - 6 = 2 \text{ (cm)}$. În

triunghiul CPD avem $\text{tg} \widehat{DCP} = \frac{DP}{CP} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{DCP} = 60^\circ$. În mod analog în triunghiul CPE

avem $\text{tg} \widehat{ECP} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ECP} = 60^\circ$. Deci $\widehat{DCE} = \widehat{DCP} + \widehat{ECP} = 120^\circ$.

Observație: Putem utiliza și o altă cale de demonstrare: cu ajutorul teoremei lui Pitagora calculăm lungimea laturii CD ($CD^2 = CP^2 + DP^2$, $CD = 4 \text{ (cm)}$). Deoarece cateta CP este jumătate din

ipotenusa CD rezultă că unghiul D are măsura de 30° , iar unghiului C are măsura de 60° .

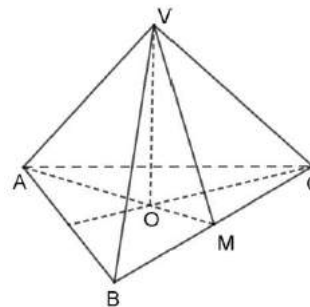
Analog, putem porni în demonstrare prin a duce o perpendiculară prin C pe dreptele AD și EF .

2. Ip: $VABC$ piramidă triunghiulară regulată,
 $VO \perp (ABC)$, $BM = MC$, $VM = 6\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$

C: a) $A_{VBC} = ?$

b) $VA \perp VM$

c) $\sin(\widehat{VM, (ABC)}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$



Rezolvare:

- a) $VABC$ este piramidă triunghiulară regulată, deci cele trei fețe laterale ale piramidei sunt triunghiuri isoscele, congruente între ele. Aria triunghiului este egală cu semiproductul bazei (BC) cu înălțimea. În triunghiul isoscel VBC mediana VM este și înălțime, deci

$$A_{VBC} = \frac{BC \cdot VM}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36(\text{cm}^2)$$

- b) Perpendicularitatea celor două drepte poate fi demonstrată în două feluri:

- i. Demonstrăm că una dintre drepte este perpendiculară pe un plan care conține cea de-a doua dreaptă. În cazul nostru ar trebui să arătăm că dreapta VA este perpendiculară pe planul VBC , care conține dreapta VM , adică $VA \perp (VBC)$
- ii. Căutăm un triunghi dreptunghic în care cele două segmente sunt catete. În cazul nostru triunghiul AVM .

Rezolvarea 1:

Avem $BM = MC = \frac{BC}{2} = 6 = VM$. Adică triunghiul VMB este dreptunghic isoscel, deci măsura unghiurilor ascuțite este de 45° . Analog în cazul triunghiului VMC . Rezultă că măsura unghiului BVC este de 90° . Cea ce înseamnă, că $VB \perp VC$. Analog $VA \perp VB$ și $VA \perp VC$. Din $VA \perp VB$ și $VA \perp VC$ rezultă că $VA \perp (VBC)$, deci $VA \perp VM$ deoarece VM este o dreaptă din planul VBC .

Rezolvarea 2:

În triunghiul dreptunghic și isoscel VMB avem $VB^2 = VM^2 + BM^2 = 72 \Rightarrow VB = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ și astfel $VA = 6\sqrt{2}(\text{cm})$. În triunghiul echilateral ABC mediana AM este și înălțime, deci

$$AM = BC \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm}). \quad VA^2 = 72, VM^2 = 36 \text{ și } AM^2 = 108 \Rightarrow AM^2 = VA^2 + VM^2. \text{ Rezultă}$$

că triunghiul AVM este dreptunghic în V , deci $VA \perp VM$

- c) Unghiul format de dreapta VM cu planul (ABC) este unghiul VMO , care este egal cu unghiul VMA . Triunghiul AVM este dreptunghic în V , de unde obținem

$$\sin(\widehat{VM, (ABC)}) = \sin \widehat{VMA} = \frac{VA}{AM} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

TESTUL 5.

SUBIECTUL I

1. Prima dată efectuăm înmulțirea ($3 \cdot 4 = 12$), apoi scăderea ($12 - 12 = 0$), astfel obținem $5 - 5 \cdot (12 - 3 \cdot 4) = 5 - 5 \cdot 0$. Efectuăm înmulțirea ($5 \cdot 0 = 0$) și în final scăderea $5 - 5 \cdot 0 = 5 - 0 = 5$.

Pe foaia de examen vei scrie: 5

2. Putem rezolva în două feluri:

Metoda 1.

Din cei 6 kg de mere 3 kg reprezintă jumătate, deci și prețul este jumătate din 12 lei, $12 : 2 = 6$ (lei)

Metoda 2. Cantitatea și prețul sunt mărimi direct proporționale; aplicăm regula de trei simplă:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ kg} \dots\dots\dots 12 \text{ lei} \\ 3 \text{ kg} \dots\dots\dots x \text{ lei} \\ \hline \frac{6}{3} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 3}{6} = 6. \end{array}$$

Pe foaia de examen vei scrie: 6

3. Rezolvăm inecuația $x + 1 \leq 3$

$$\begin{array}{l} x + 1 \leq 3 \quad | -1 \quad \text{scădem } 1 \text{ din ambele părți ale inegalității} \\ x \leq 2 \quad \text{și } x \in \mathbb{N} \end{array}$$

Deci $A = \{0, 1, 2\}$. Suma acestor numere este egală cu 3.

Pe foaia de examen vei scrie: 3

4. Perimetrul rombului este egal cu suma lungimilor laturilor sale.

Rombul are toate laturile egale $AB = BC = CD = DA = 10 \text{ cm}$.

Rezultă $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 10 + 10 + 10 + 10 = 40(\text{cm})$

Putem calcula și prin înmulțirea lungimii unei laturi cu 4, adică:

$$P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 10 = 40(\text{cm}).$$

Pe foaia de examen vei scrie: 40.

5. Dreptele BC' și DD' sunt necoplanare. Unghiul format de două drepte necoplanare se calculează prin ducerea, printr-un punct al uneia dintre drepte, a unei paralele la cealaltă dreaptă.

$DD' \parallel CC' \Rightarrow \widehat{BC', DD'} = \widehat{BC', CC'} = \widehat{BC'C} = 45^\circ$, deoarece pătratul $BCC'B'$ are unghiurile de 90° și diagonala pătratului este bisectoare.

Pe foaia de examen vei scrie: 45

6. Avem de determinat procentul elevilor de clasa VIII-a din numărul total de elevi din școală.

Numărul total de elevi reprezintă 100%, rezultă $100\% - (30\% + 25\% + 25\%) = 100\% - 80\% = 20\%$.

Prin urmare numărul elevilor de clasa a VIII-a reprezintă 20% din numărul total de 500 de elevi.

Calculăm 20% din 500, adică a $\frac{20}{100}$ -a parte, sau a $\frac{1}{5}$ -a parte

Rezolvarea I: $500 : 100 \cdot 20 = 5 \cdot 20 = 100$

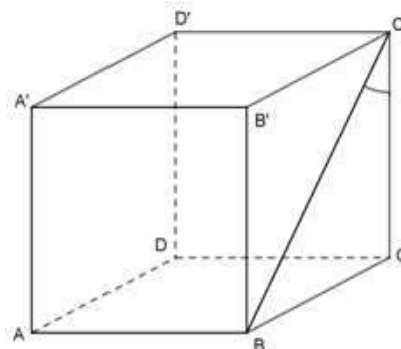
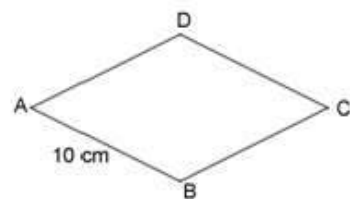
Rezolvarea II: $500 \cdot \frac{20}{100} = \frac{500}{1} \cdot \frac{20}{100} = \frac{5}{1} \cdot \frac{20}{1} = 100$ sau $500 \cdot \frac{1}{5} = \frac{500}{5} = 100$

Rezolvarea III: numărul de elevi și procentul sunt mărimi direct proporționale. Regula de trei simplă:

100%.....500 elevi
20%.....x elevi

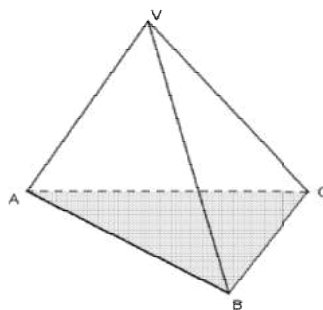
$$\frac{100}{20} = \frac{500}{x} \Rightarrow x = \frac{500 \cdot 20}{100} = 5 \cdot 20 = 100$$

Pe foaia de examen vei scrie: 100



SUBIECTUL al II-lea

1. Desenarea piramidei $VABC$ și notarea vârfurilor.



2. Numărul $\overline{1ab}$ are cifrele 1, a și b având suma acestora egală cu 8, adică $1 + a + b = 8 \Rightarrow a + b = 7$.
Un număr este divizibil cu 5, dacă ultima sa cifră este egală cu 5 sau cu 0, deci $b = 0$ sau $b = 5$.

Cazul 1. $b = 0 \Rightarrow a + 0 = 7 \Rightarrow a = 7$

Cazul 2. $b = 5 \Rightarrow a + 5 = 7 \Rightarrow a = 2$

Deci $a = 7, b = 0$ sau $a = 2, b = 5$.

3. Fie x numărul de ani, care trec până când vârsta lui Mihai va fi egală cu dublul vârstei fiului său.

	Mihai	Fiul său
Acum	34 ani	8 ani
Peste x ani	$34+x$ ani	$8+x$ ani

Avem ecuația

$$34 + x = 2 \cdot (8 + x) \quad (\text{fiecare termen din paranteză se înmulțește cu 2})$$

$$34 + x = 16 + 2x \quad (\text{ordonăm termenii})$$

$$34 - 16 = 2x - x \quad (\text{adunăm termenii asemenea})$$

$$18 = x$$

Răspuns: peste 18 ani Mihai va fi de două ori mai în vârstă decât fiul său.

4. a) Aducem la forma cea mai simplă numărul x . Raționalizăm numitoarele, scoatem factorii de sub radicali și adunăm termenii asemenea.

$$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{2}, \quad \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

$$\frac{10}{\sqrt{50}} = \frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} + \frac{10}{\sqrt{50}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

b) Aducem la forma cea mai simplă numărul y . Scoatem factorii de sub radicali, adunăm termenii asemenea și desfacem modulul.

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$|\sqrt{3} - 2| = -(\sqrt{3} - 2) = -\sqrt{3} + 2 = 2 - \sqrt{3}, \text{ pentru că } \sqrt{3} - 2 < 0. \text{ Modulul unui număr negativ se}$$

calculează prin schimbarea semnului numărului.

$$y = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 2 - (2 - \sqrt{3}) \text{ Adunăm termenii asemenea, după care dăm factor comun } \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3} \cdot (4 - 5 + 3) + 2 - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (2 + 1) = 3\sqrt{3}.$$

Calculăm numerele x^{50} și y^{30} .

$$x^{50} = (2\sqrt{2})^{50} = 2^{50} \cdot \sqrt{2}^{50} = 2^{50} \cdot 2^{25} = 2^{75}, \left((\sqrt{2})^{50} = \left[(\sqrt{2})^2 \right]^{25} = 2^{25}, \text{ deoarece } (\sqrt{2})^2 = 2 \right)$$

$$y^{30} = (3\sqrt{3})^{30} = 3^{30} \cdot (\sqrt{3})^{30} = 3^{30} \cdot 3^{15} = 3^{45}$$

Comparăm numerele 3^{45} și 2^{75} pentru că trebuie să decidem ce semn are diferența $3^{45} - 2^{75}$. Două numere, scrise ca puteri, se pot compara, dacă au aceeași bază sau același exponent.

$$2^{75} = (2^5)^{15} = 32^{15} \text{ și } 3^{45} = (3^3)^{15} = 27^{15} \quad 32 > 27 \Rightarrow 32^{15} > 27^{15} \Rightarrow 2^{75} > 3^{45} \Rightarrow 3^{45} - 2^{75} < 0$$

În modul avem un număr negativ, deci schimbăm semnul numărului.

$$\Rightarrow |3^{45} - 2^{75}| = 2^{75} - 3^{45} \quad y^{30} + x^{50} + |y^{30} - x^{50}| = 3^{45} + 2^{75} + |3^{45} - 2^{75}| = 3^{45} + 2^{75} + 2^{75} - 3^{45} = 2 \cdot 2^{75} = 2^{76}$$

5. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ (aplicăm formula de calcul prescurtat)

$(x+2) \cdot (x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$ (înmulțim fiecare termen cu fiecare și adunăm termenii asemenea).

Desfacem parantezele, înmulțim fiecare termen din paranteză cu numărul din fața parantezei și schimbăm semnul ambilor termeni, dacă avem minus în fața parantezei. La sfârșit adunăm termenii asemenea.

$$E(x) = 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 2 \cdot (x^2 + 5x + 6) - (x + 5) = 3x^2 + 6x + 3 + 2x^2 + 10x + 12 - x - 5$$

$$E(x) = 5x^2 + 15x + 10 = 5 \cdot (x^2 + 3x + 2) \text{ (am dat factor comun 5)}$$

Avem de arătat, că $E(n)$ este divizibil cu 10.

$n^2 + 3n + 2 = \underline{n^2 + n} + \underline{2n + 2} = n \cdot (n+1) + 2 \cdot (n+1) = (n+1) \cdot (n+2)$ (prin gruparea termenilor am transformat în produs)

$$E(n) = 5 \cdot (n^2 + 3n + 2) = 5 \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$E(n)$ este divizibil cu 5, iar $(n+1) \cdot (n+2)$ este produsul a două numere naturale consecutive, care este par, deci $E(n)$ este divizibil și cu 2. Numerele 2 și 5 sunt relativ prime și $10 = 2 \cdot 5$, de unde rezultă că $E(n)$ este divizibil cu 10. (Dacă un număr este divizibil cu două numere relativ prime, atunci este divizibil cu produsul lor. Două numere sunt relativ prime, dacă au cel mai mare divizor comun pe 1).

SUBIECTUL al III-lea

1. Ip: $DC = 12\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = BD = 12\text{cm}$, $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$

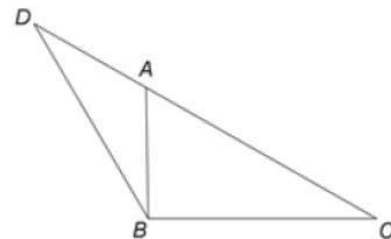
C: a) $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$

b) $d(B, DC) = 6\text{cm}$

c) $\widehat{ABC} = ?$

Rezolvare:

a) $AD = DC - AC = 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (12 - 8) = 4\sqrt{3}(\text{cm})$



- b) Distanța unui punct de la o dreaptă se calculează ducând o perpendiculară din punct pe dreaptă.

Fie $BM \perp DC \Rightarrow d(B, DC) = BM$. Avem de calculat

lungimea segmentului BM .

Triunghiul BCD este isoscel ($BC = BD$) deci înălțimea

BM ($BM \perp DC$) este și mediană

$$DM = MC = \frac{DC}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

În triunghiul dreptunghic BMC cunoaștem ipotenuza (BC) și una dintre catete (MC). Utilizăm teorema lui Pitagora în triunghiul $\triangle BMC, \widehat{M} = 90^\circ$

$$BM^2 = BC^2 - MC^2 = (12)^2 - (6\sqrt{3})^2 \Rightarrow 144 - 108 = 36 \Rightarrow BM = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$$

- c) În triunghiul BCM , dreptunghic în M , avem $BC = 12\text{cm}$, $BM = 6\text{cm}$.

Dacă într-un triunghi dreptunghic lungimea unei catete este egală cu jumătatea lungimii ipotenuzei, atunci unghiul opus catetei respective este egală cu 30° , deci $\widehat{BCM} = 30^\circ$.

Triunghiul ABM este de asemenea dreptunghic în M și $AM = AC - MC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

Într-un triunghi dreptunghic suma unghiurilor ascuțite este egală cu $90^\circ \Rightarrow \widehat{MBC} = 60^\circ$.

$$\text{tg } \widehat{ABM} = \frac{AM}{BM} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ABM} = 30^\circ$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABM} + \widehat{MBC} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

Altă rezolvare

Calculăm lungimea lui AB din triunghiul dreptunghic ABM , utilizând teorema lui Pitagora

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

În triunghiul ABC avem $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

$$AB^2 + BC^2 = (4\sqrt{3})^2 + 12^2 = 48 + 144 = 192 = (8\sqrt{3})^2 = AC^2 \Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ \text{ (reciproca teoremei lui}$$

Pitagora)

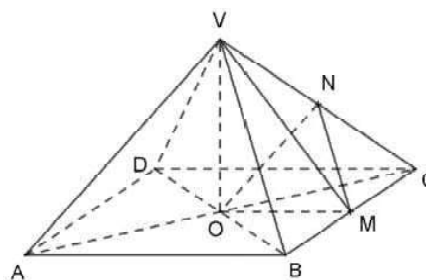
2. Ip: $ABCD$ pătrat, $VO \perp (ABCD)$

$$AB = 12\text{cm}, VO = 8\text{cm}, VN = NC, BM = MC$$

C: a) $A_{ABCD} = 144\text{cm}^2$

b) $(NOM) \parallel (VAB)$

c) $VP \perp AM, P \in AM, VP = \frac{2\sqrt{445}}{5}\text{cm}$



Rezolvare:

- a) $ABCD$ pătrat $\Rightarrow A_{ABCD} = AB^2 = 12^2 = 144(\text{cm}^2)$ sau $A_{ABCD} = AB \cdot AB = 12 \cdot 12 = 144(\text{cm}^2)$
- b) Pentru a arăta că două plane sunt paralele, avem de demonstrat, că unul dintre plane este paralel cu două drepte secante din celălalt plan.
Dreptele OM și MN sunt drepte secante în planul NOM .

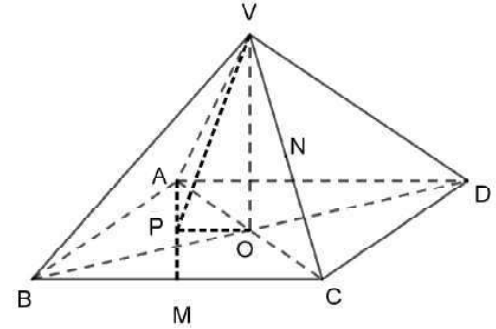
$AO = OC$ și $BM = MC \Rightarrow OM$ linie mijlocie în $\triangle ABC \Rightarrow OM \parallel AB$, dar dreapta AB este în planul VAB ($AB \subset (VAB)$), deci $OM \parallel (VAB)$

$BM = MC$ și $VN = NC \Rightarrow MN$ linie mijlocie în $\triangle VBC \Rightarrow MN \parallel VB$ dar dreapta VB este în planul VAB ($VB \subset (VAB)$), deci $MN \parallel (VAB)$

Avem $OM \parallel (VAB)$, $MN \parallel (VAB)$ și

$OM, MN \subset (NOM) \Rightarrow (VAB) \parallel (NOM)$

- c) Pentru a calcula distanța unui punct de la o dreaptă, ducem o perpendiculară din punct pe dreaptă. Pentru a afla piciorul perpendicularei vom utiliza teorema celor trei perpendiculare. Pentru a vedea mai bine, facem un alt desen, rotind piramida.



$$\left. \begin{array}{l} VO \perp (ABCD) \\ OP \perp AM \\ OP, AM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_{3\perp} \\ \Rightarrow VP \perp AM. \end{array}$$

Deci piciorul perpendicularei din O pe AM va fi punctul P . Distanța punctului V de la dreapta AM este măsurată prin lungimea segmentului VP , $d(V, AM) = VP$.

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul VOP ($\hat{O} = 90^\circ$) pentru a

afila lungimea segmentului VP . Avem: $VP^2 = VO^2 + OP^2$ (1)

Deoarece nu cunoaștem lungimea segmentului OP trebuie să-l calculăm. Desenăm pătratul $ABCD$.

Calculăm aria triunghiului AMO în două moduri.

Pe de o parte, triunghiul AMO este obtuzunghic, având baza MO

$\left(MO = \frac{AB}{2} = 6\text{cm} \right)$ și înălțimea corespunzătoare AN , ($AN = 6\text{cm}$)

$$A_{AMO} = \frac{OM \cdot AN}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$$

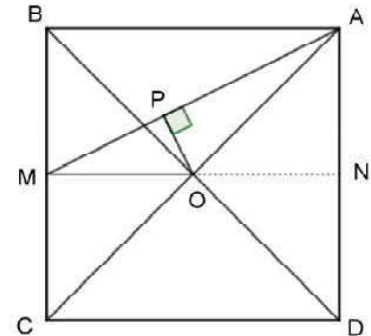
Pe de altă parte, dacă în triunghiul AOM baza este AM , atunci înălțimea corespunzătoare este OP și

$$A_{AOM} = \frac{AM \cdot OP}{2} \Leftrightarrow 18 = \frac{6\sqrt{5} \cdot OP}{2} \Rightarrow OP = \frac{36}{6\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$$

Înlocuim în egalitatea (1) și obținem

$$VP^2 = 8^2 + \left(\frac{6\sqrt{5}}{5} \right)^2 \Rightarrow VP^2 = 64 + \frac{180}{25} = \frac{1600 + 180}{25} = \frac{1780}{25} \Rightarrow VP = \sqrt{\frac{1780}{25}} = \frac{2\sqrt{445}}{5}(\text{cm})$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Descompunem } 1780 \text{ în produs: } 1780 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 89 = 2^2 \cdot 445 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{1780} = \sqrt{2^2 \cdot 445} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{445} = 2\sqrt{445} \end{array} \right)$$



MATEMATIKA

(magyar nyelvű változat)

Kedves tanulók,

A matematika munkafüzet második része két fejezetből áll: az első az országos tételminták szerint összeállított tesztek és feladatokat tartalmazza, a második magyarázatokkal és megoldásokkal segíti a tanulási folyamatot.

További kitartást és sok sikert kívánunk!

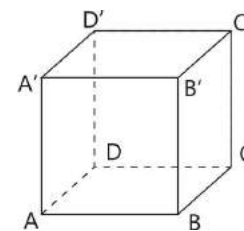
A szerzők

1. TESZT

I. FELADATSOR – csak a megoldásokat írd a vizsgalapra!

(30 pont)

1. A $12 - 8 : 4$ műveletsor eredménye
2. A 80-nak az 10%-át jelentő szám értéke
3. Az $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ halmaz elemeinek száma egyenlő
4. Egy 6 cm oldalú négyzet területe ... cm^2 .
5. Az 1. ábrán egy $ABCD A' B' C' D'$ kocka látható. A $B'C$ és BC' egyenesek által bezárt szög mértéke egyenlő ... $^\circ$.
6. Az alábbi táblázatban egy nyolcadik osztály matematika-felmérőn elért eredményei szerepelnek.



1. ábra

A felmérőn elért jegy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A tanulók száma	0	0	1	1	6	5	3	3	4	1

A táblázat alapján a felmérőn 7-nél nagyobb jegyet elért tanulók száma egyenlő

II. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra

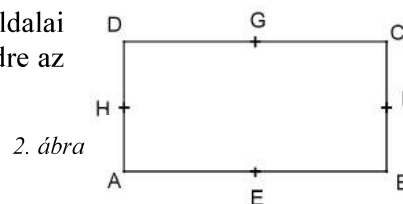
(30 pont)

1. Rajzolj a vizsgalapra egy szabályos négyoldalú gúlát, melynek csúcsa V és alapja az $ABCD$ négyzet!
2. Adottak az $a = 27$ és $b = 3$ számok. Igazold, hogy az a és b számok számtani és mértani középátlósainak különbsége egyenlő 6-tal!
3. Egy kerékpáros három nap alatt tett meg egy 180 km hosszú utat. Az első napon megtette az út felét, a második napon a maradék távolság 25%-át, az út hátralevő részét pedig a harmadik napon tette meg. Hány kilométert tett meg a kerékpáros a harmadik napon?
4. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben egy egységnek egy centiméter felel meg.
 - a) Ábrázold grafikusán az $A(-4, 3)$ és $B(3, 1)$ pontokat!
 - b) Határozd meg az AB szakasznak az Ox abszcissza tengelyre eső merőleges vetületének hosszát!
5. Adott az $E(x) = (x-1)^2 + (x+2)^2 - |2x^2 + 3|$ kifejezés, ahol x valós szám.
6. Igazold, hogy az $A = \frac{E(2)}{2 \cdot 3} + \frac{E(4)}{2 \cdot 5} + \frac{E(6)}{2 \cdot 7} + \frac{E(8)}{2 \cdot 9} + \dots + \frac{E(98)}{2 \cdot 99}$ szám osztható 7-tel.

III. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra

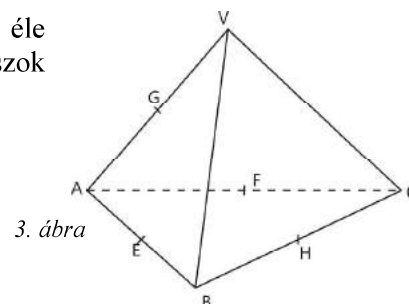
(30 pont)

1. A 2. ábrán egy olyan $ABCD$ téglalap látható, amelynek oldalai $AB = 20 \text{ cm}$ és $BC = 15 \text{ cm}$ hosszúak. Az E, F, G és H pontok rendre az AB, BC, CD és DA oldalak felezőpontjai.
 - a) Igazold, hogy az $ABCD$ téglalap kerülete 70 cm.
 - b) Bizonyítsd be, hogy az EF és GH szakaszok párhuzamosak.
 - c) Igazold, hogy az A pont távolsága a BD átlótól 12 cm!



2. ábra

2. A 3. ábrán egy $VABC$ szabályos tetraéder látható, melynek egyik éle 18 cm. Az E, F, G és H pontok rendre az AB, AC, AV és BC szakaszok felezőpontjai.
 - a) Igazold, hogy a tetraéder élei hosszának összege 108 cm.
 - b) Számítsd ki az EFG háromszög területét.
 - c) Határozd meg a G pont távolságát a HF szakasztól!



3. ábra

2. TESZT

I. FELADATSOR – csak a megoldásokat írd a vizsgalpra!

(30 pont)

1. Az $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} : \frac{1}{3}$ számítás eredménye
2. A $3,1(6)$ irreducibilis törtként felírva
3. 180-nak a 20%-a
4. Egy téglalap hosszúsága 12 cm, szélessége 8 cm. A téglalap kerülete cm.
5. Egy szabályos tetraéder élei hosszának az összege 18dm. Egy éle cm..
6. Egy osztály tanulóinak a matematika próbavizsgán elért eredményei az alábbi táblázatban láthatók:

Jegy	≤ 4	(4; 5]	(5; 6]	(6; 7]	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]
Tanulók száma	3	5	6	8	4	3	2

Az osztályban levő tanulók száma:

II. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalpra

(30 pont)

1. Rajzolj egy szabályos háromoldalú $ABCDEF$ hasábot!
2. Adott az $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$. Igazold, hogy $a \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$.
3. Két egész szám különbsége 34. A nagyobbik szám háromszorosának és a kisebbik szám kétszeresének összege 187. Melyik ez a két szám?
4. Legyen $A = \left\{ -1; \sqrt{2}; 1, (4); \frac{1}{3}; \sqrt{12}; \pi; -\sqrt{0,01} \right\}$. Határozd meg, melyik halmaznak van több eleme az $A \cap \mathbb{Q}$ vagy $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$?
5. Adott az $E(x) = (x+1)^2 + 2(x-7) + 1$ algebrai kifejezés. Bontsd tényezőkre!
6. Határozd meg x és y valós értékét, ha $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$

III. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalpra

(30 pont)

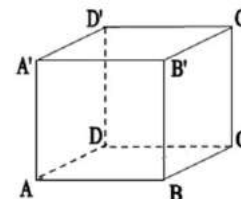
1. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 20\sqrt{3}$ cm, $BC = 20$ cm. Legyen AE a DAC szög szögfelezője, $E \in DC$.
 - a) Igazold, hogy a $\widehat{BAC} = 30^\circ$
 - b) Igazold, hogy $AE = EC$.
 - c) Számítsd ki az AEC és ADE háromszögek területeinek arányát!
2. $ABCD A'B'C'D'$ kocka éle 8 cm, O az $ABCD$ négyzet átlóinak metszéspontja.
 - a) Igazold, hogy a B' pont távolsága az AC átlótól $4\sqrt{6}$ cm.
 - b) Számítsd ki a $B'O$ egyenesnek az alapsíkkal bezárt szögének szinuszt!
 - c) A $(B'C'O)$ síknak az (ABC) síkkal bezárt szögének tangensét!

3. TESZT

I. FELADATSOR – csak a megoldásokat írd a vizsgalapra!

(30 pont)

1. A $35 - 25 : 5$ művelet sor eredménye
2. Ha $\frac{x-2}{4} = \frac{3}{2}$, akkor az x szám egyenlő
3. Az $M = \left\{ \frac{3}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ halmaz legnagyobb eleme egyenlő
4. Az $ABCD$ trapézban az alapok hossza $AB = 8$ cm és $CD = 6$ cm.
A trapéz középvonalának hossza egyenlő cm.



5. A mellékelt ábrán egy $ABCD A' B' C' D'$ kocka látható. Az AC és $D'C$ egyenesek által alkotott szög mértéke °.
6. Az alábbi táblázat egy VIII. osztály tanulójának a matematika próbavizsgán kapott jegyeit tartalmazza:

jegy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
tanulók száma	0	0	2	2	5	6	5	5	4	1

A táblázat alapján a VIII. osztály matematika próbavizsgán legalább 8-as jegyet kapott tanulók száma

II. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra

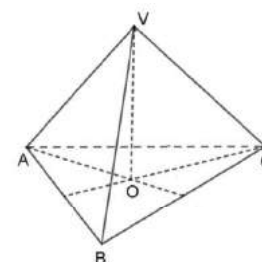
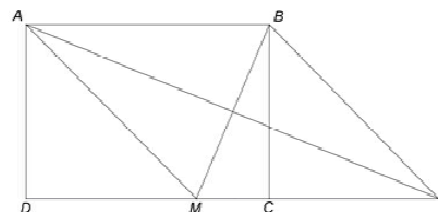
(30 pont)

1. Rajzolj a vizsgalapra egy V csúcsú szabályos négyoldalú $VABCD$ gúlát!
2. Igazold, hogy $(49^n + 16 \cdot 7^n + 55) : (2 \cdot 7^n + 22) \in \mathbb{N}$, bármely n természetes szám esetén!
3. Számítsd ki az $a = \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} - \sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ és $b = \left[(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + 1 \right] : (3-\sqrt{6})$ számok számtani közepét!
4. Egy verseny selejtező szakaszára kétszer több lány jelentkezett, mint fiú. A selejtező lebonyolítása után a lányok száma 30-cal, a fiúk száma pedig 6-tal csökkent és így egyenlő számú lány és fiú jutott a következő szakaszba.
 - a) Hány lány jelentkezett a verseny selejtező szakaszára?
 - b) A selejtezőre jelentkezők hány százaléka jutott a következő szakaszba?
5. Adott az $E(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2$ kifejezés, ahol x valós szám. Igazold, hogy $E(x) + E(-x)$ osztható 4-gyel, bármely x valós szám esetén!

III. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra

(30 pont)

1. A mellékelt ábrán egy $ABCD$ téglalap látható, ahol $AB = 10$ cm és $AD = 8$ cm. Az M pont a CD oldalon helyezkedik el úgy, hogy $AM = AB$. Az ABM háromszög A csúcsából kiinduló oldalfelezője a CD egyenest az E pontban metszi.
 - a) Igazold, hogy az $ABCD$ téglalap területe 36 cm²!
 - b) Számítsd ki az MC szakasz hosszát!
 - c) Igazold, hogy a $AMEB$ négyszög rombusz!
2. A mellékelt ábrán egy $VABC$ szabályos háromoldalú gúla látható, amelyben $AB = 12$ cm, $VA = 18$ cm és O alap középpontja.
 - a) Igazold, hogy az alap területe egyenlő $36\sqrt{3}$ cm²!
 - b) Igazold, hogy $VA \perp BC$!
 - c) Számítsd ki az O pont távolságát a (VBC) síktól!

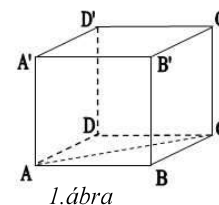


4. TESZT

I. FELADATSOR – csak a megoldásokat írd a vizsgalpra!

(30 pont)

1. A $82 : 41 + 55 : 11$ számítás eredménye
2. A 7, 9 és 11 számok számtani közepe egyenlő
3. Az (1; 6) intervallumban levő legkisebb páratlan természetes szám
4. Az ABC háromszögben AD egy oldalfelező és G a háromszög súlypontja.
Ha $AD = 12$ cm, akkor az AG szakasz hossza cm.
5. Az 1. ábrán az $ABCD A'B'C'D'$ kockát ábrázoltuk. Az AC és BB' egyenesek szöge °.



6. Az alábbi táblázat egy sportklubhoz tartozó gyermekek életkor szerinti eloszlását tartalmazza

Életkor	10	11	12	13	14	15
Gyermekek száma	8	6	13	9	10	15

A gyermekek száma, akiknek életkoruk legtovább 12 év, egyenlő

II. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalpra

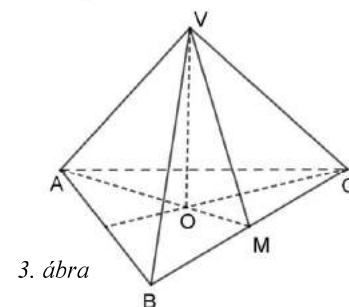
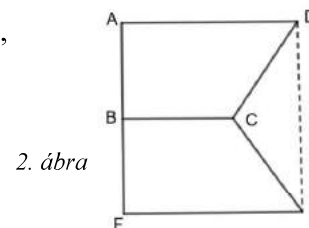
(30 pont)

1. Rajzolj egy háromoldalú egyenes $ABCA'B'C'$ hasábot!
2. Határozd meg az n természetes számokat, amelyekre a $\frac{15}{2n-1}$ természetes szám!
3. Éva két nap alatt olvasott el egy könyvet. Első nap elolvasta az oldalak 55%-át és második nap a megmaradt 54 oldalt. Számítsátok ki, hogy hány oldalt tartalmaz a könyv!
4. Adottak az $a = \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{3+\sqrt{8}}$ és $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{3-\sqrt{8}}$ számok.
 - a) Igazold, hogy $n = a + 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ természetes szám!
 - b) Igazold, hogy $a + b = 6 + 2\sqrt{5}$
5. Adott az $E(x) = (2+x)(2-x) + (x+3)^2 - 3(2x+3)$. Igazold, hogy bármely x valós szám esetén $E(x)$ egy természetes szám négyzete!

III. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalpra

(30 pont)

1. A 2. ábrán az $ABCD$ és $FBCE$ derékszögű trapézok, ahol $AF \perp BC$,
 $FE = AD = 8$ cm, $BC = 6$ cm, $AB = 2\sqrt{3}$ cm és B az AF szakasz felezőpontja.
 - a) Számítsd ki az $ABCD$ trapéz területét!
 - b) Számítsd ki a DE szakasz hosszát!
 - c) Igazold, hogy a DCE szög mértéke 120° !
2. A $VABC$ szabályos háromoldalú gúlában (3. ábra) M a BC él felezőpontja VO a gúla magassága, $VM = 6$ cm és $BC = 12$ cm.
 - a) Számítsd ki a gúla egy oldallapjának területét!
 - b) Igazold, hogy $VA \perp VM$.
 - c) Igazold, hogy a VM egyenes és az (ABC) sík szögének szinusza



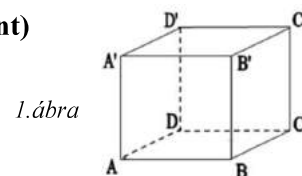
egyenlő $\frac{\sqrt{6}}{3}$

5. TESZT

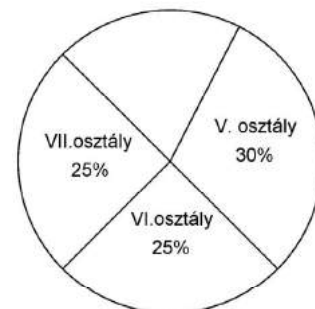
I. FELADATSOR – csak a megoldásokat írd a vizsgalapra

(30 pont)

1. Az $5 - 5 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$ művelet sor eredménye
2. 6 kg alma ára 12 lej. Akkor 3 kg azonos fajta alma ára lej.
3. Az $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x + 1 \leq 3\}$ halmaz elemeinek összege
4. Az $ABCD$ rombusz oldala 10 cm. Ennek a rombusznak a kerülete
5. Az 1. ábrán $ABCD A' B' C' D'$ kocka van ábrázolva.
A BC' és DD' egyenesek által alkotott szög mértéke°
6. Egy iskola gimnáziumi osztályaiban 500 tanuló van beiratkozva. A mellékelt diagramban az iskola tanulóinak százalékos eloszlását látjuk, osztályonként.
A megadott információk alapján a VIII. osztályos tanulók létszáma



1. ábra



(30 pont)

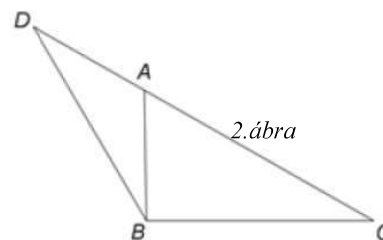
II. FELADATSOR – a feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra

1. Rajzolj egy gúlát, melynek csúcspontja V és alapja az ABC háromszög.
2. Határozd meg az a és b számjegyeket tudva azt, hogy \overline{lab} szám osztható 5-tel és számjegyeinek összege 8.
3. Mihály 34 éves, a fia pedig 8 éves. Számítsd ki hány év múlva lesz Mihály életkora a fia életkorának kétszerese.
4. Adottak az $x = \frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} + \frac{10}{\sqrt{50}}$ és $y = \sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{27} = 2 - |\sqrt{3} - 2|$ valós számok.
 - a) Mutasd ki, hogy $x = 2\sqrt{2}$.
 - b) Bizonyítsd be, hogy $y^{30} + x^{50} + |y^{30} - x^{50}| = 2^{76}$
5. Adott az $E(x) = 3 \cdot (x+1)^2 + 2(x+2) \cdot (x+3) - (x+5)$ kifejezés, ahol x valós szám. Bizonyítsd be, hogy $E(n)$ osztható 10-zel bármely n természetes szám esetén.

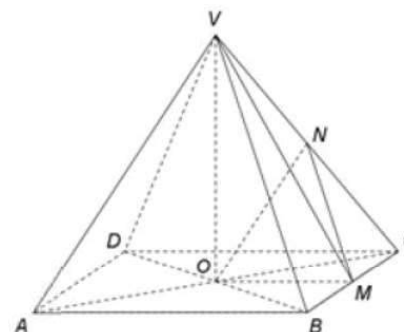
III. FELADATSOR – A feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra!

(30 pont)

1. A 2. ábrán egy DBC háromszög van ábrázolva, ahol $DC = 12\sqrt{3} \text{ cm}$, $BC = BD = 12 \text{ cm}$. Az A pont a DC oldalon található úgy, hogy $AC = 8\sqrt{3} \text{ cm}$.
 - a) Mutasd ki, hogy $AD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.
 - b) Mutasd ki, hogy a B pont távolsága a DC egyenestől 6 cm .
 - c) Határozd meg az ABC szög mértékét!
2. A 3. ábrán egy $VABCD$ négyoldalú gúla van ábrázolva, ahol $ABCD$ egy négyzet, $AB = 12 \text{ cm}$ és a gúla magassága $VO = 8 \text{ cm}$. Az O pont az AC és BD egyenesek metszéspontja, az M és N pontok pedig a BC , illetve CV szakaszok felezőpontjai.
 - a) Mutasd ki, hogy az $ABCD$ négyzet területé 144 cm^2
 - b) Bizonyítsd be, hogy az NOM és VAB síkok párhuzamosak
 - c) Bizonyítsd be, hogy a VAM háromszög V csúcsából húzott magasságának hossza $\frac{2\sqrt{445}}{5} \text{ cm}^2$.



2. ábra



3. ábra

MEGOLDÁSOK

1. TESZT

I. FELADATSOR

1. Előbb az osztást végezzük el, utána a kivonást. $12 - 8 : 4 = 12 - 2 = 10$.

A lapra ezt írod: 10

2. 80-nak az 10%-át a következő módon írhatjuk fel: $80 \cdot 10\% = 80 \cdot \frac{10}{100} = \frac{800}{100} = 8$.

A lapra ezt írod: 8

3. Felírjuk az A halmazt, elemei felsorolásával. A meghatározás szerint az A halmazban az 5-tel egyenlő, vagy annál kisebb természetes számok szerepelnek, tehát

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}. \text{ A halmaznak tehát hat eleme van.}$$

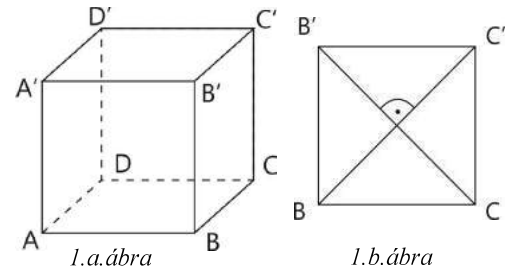
A lapra ezt írod: 6

4. Az a oldalú négyzet területe: $T = a^2$, tehát

$$T = 6^2 = 6 \cdot 6 = 36(\text{cm}^2).$$

A lapra ezt írod: 36

5. A négyzet átlói merőlegesek egymásra. A kocka minden lapja négyzetlap. $B'C$ és BC' szakaszok a $BB'C'C$ négyzet átlói, tehát merőlegesek egymásra, tehát a $B'C$ és BC' egyenesek által bezárt szög mértéke 90° . (1. ábra)



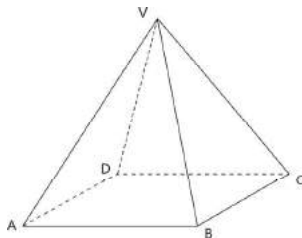
A lapra ezt írod: 90

6. A 7-nél nagyobb jegyek a 8, 9 és 10, tehát az eredményt megkapjuk, ha a táblázat második sora utolsó három oszlopában található számokat összeadjuk: $3 + 4 + 1 = 8$.

A lapra ezt írod: 8

II. FELADATSOR

1. A $VABCD$ gúla megrajzolása és a csúcsok megnevezése.



2. Két szám számtani közepe a két szám összege osztva 2-vel, a mértani közepe pedig egyenlő a két szám szorzatának négyzetgyökével. Tehát az a és b számok számtani valamint mértani

$$\text{középértékét a következőképpen számítjuk ki: } m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{27+3}{2} = \frac{30}{2} = 15,$$

$$m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9.$$

$$\text{A két középérték különbsége: } m_a - m_g = 15 - 9 = 6.$$

3. Első nap a kerékpáros az út hosszának felét teszi meg, azaz $\frac{1}{2}$ részét: $180 \cdot \frac{1}{2} = \frac{180}{2} = 90(\text{km})$. A hátralevő út hossza az első nap után szintén 90km ($180 - 90 = 90$).

A második nap a kerékpáros a hátralevő út 25%-át tette meg, tehát a 90 km 25%-át, amelyet a következőképpen számítunk ki: $90 \cdot 25\% = 90 \cdot \frac{25}{100} = 90 \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{4} = \frac{45}{2} = 45 : 2 = 22,5(\text{km})$. Tehát a második nap megtett út: 22,5km.

Az első két nap tehát a kerékpáros $90 + 22,5 = 112,5(\text{km})$ utat tett meg.

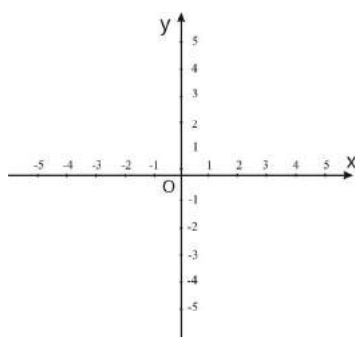
A harmadik napra $180 - 112,5 = 67,5(\text{km})$ hosszú út maradt.

4. Megrajzoljuk az xOy derékszögű koordináarendszert. (3.a ábra).

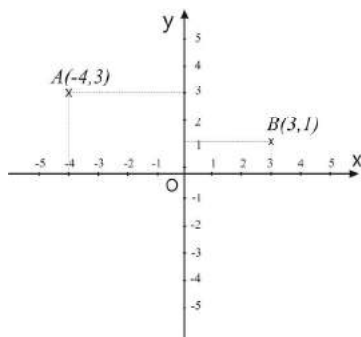
a) Felvesszük az $A(-4, 3)$ és $B(3, 1)$ pontokat az Ox és Oy tengelyekkel párhuzamos egyenesek segítségével. (3.b ábra)

b) Az AB szakasz Ox tengelyre eső vetületét úgy kapjuk meg, hogy meghúzzuk az Ox tengelyre merőleges AA' illetve BB' szakaszokat (3.c ábra), ezek talppontjai (A' illetve B' pontok) által meghatározott $A'B'$ szakasz lesz a vetület. Az $A'B'$ szakasz hét egységből áll, minden egység 1cm, tehát a szakasz hossza 7cm.

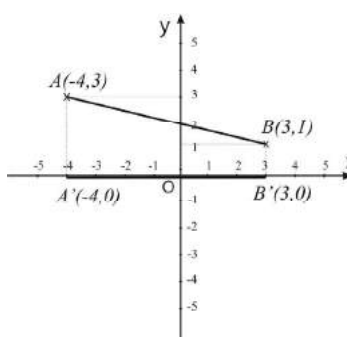
Megállapítható, hogy az $A'B'$ szakasz hosszúsága az A' és B' pontok abszcisszái abszolút értékeinek összege.



3.a. ábra



3.b. ábra



3.c. ábra

5. Az $E(x)$ kifejezés első két tagját felbontjuk az $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ és az

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ rövidített számítási képletek segítségével. Ugyanakkor a harmadik tagnál észrevesszük, hogy a modulusban levő szám pozitív: bármely valós szám négyzete nem negatív, tehát $2x^2 + 3$ kifejezés értéke 0-nál nagyobb, tehát a modulus jelet helyettesíthetjük zárójellel, mert pozitív szám modulusa önmaga.

$$E(x) = (x^2 - 2x + 1^2) + (x^2 + 4x + 2^2) - (2x^2 + 3) = x^2 - 2x + 1^2 + x^2 + 4x + 2^2 - 2x^2 - 3$$

Az egynevű tagokat csoportosítjuk, majd összevonjuk:

$$E(x) = (x^2 + x^2 - 2x^2) + (-2x + 4x) + (1 + 4 - 3) = 2x + 2 = 2(x + 1)$$

Meghatározzuk az $E(x)$ kifejezés számértékeit a 2, 4, 6, ..., 98 számok esetén. Ezek a 100-nál kisebb páros számok, ezekből 49 van.

$$E(2) = 2(2+1) = 2 \cdot 3, E(4) = 2(4+1) = 2 \cdot 5, \dots, E(98) = 2(98+1) = 2 \cdot 99$$

Behelyettesítve ezeket az A számba kapjuk, hogy :

$$A = \frac{E(2)}{2 \cdot 3} + \frac{E(4)}{2 \cdot 5} + \frac{E(6)}{2 \cdot 7} + \dots + \frac{E(98)}{2 \cdot 99} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 7} + \dots + \frac{2 \cdot 99}{2 \cdot 99}$$

Egyszerűsítünk. $A = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{49\text{-szer}} = 49$, tehát A osztható 7-tel.

III. FELADATSOR

1. F: $ABCD$ téglalap

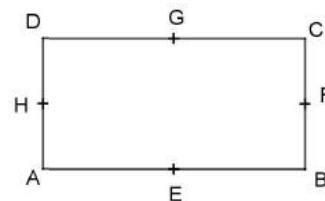
$$AB = 20\text{cm}, BC = 15\text{cm}$$

E, F, G és H pontok rendre az AB, BC, CD és DA oldalak felezőpontjai.

K: a) $K_{ABCD} = 70\text{cm}$

b) $EF \parallel GH$

c) $d(A, BD) = 12\text{cm}$



Megoldás:

a) Egy téglalap területét megkapjuk, ha oldalainak hosszúságát összeadjuk:

$$K_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 20 + 15 + 20 + 15 = 70(\text{cm}) .$$

b) Az E, F, G és H pontok rendre az AB, BC, CD és DA oldalak felezőpontjai. Így EF középvonal az ABC derékszögű háromszögben, tehát párhuzamos az AC átfogóval. Ugyanakkor a GH középvonal az ADC derékszögű háromszögben, tehát szintén párhuzamos az AC átfogóval. A párhuzamossági reláció tranzitivitása szerint, ha két egyenes egy harmadikkal párhuzamos, akkor egymás között is párhuzamosak:

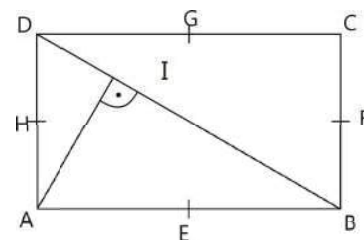
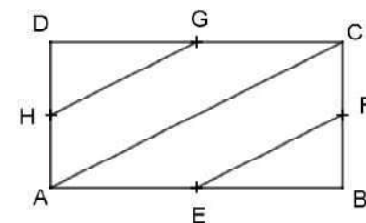
$$EF \parallel AC, GH \parallel AC \Rightarrow EF \parallel GH$$

c) Az A pont távolsága a BD átlótól az AI szakasz, ahol I az A pontból a BD -re húzott merőleges talppontja.

Pitagorasz tételének segítségével meghatározzuk a BD átfogó hosszát az ABD derékszögű háromszögből:

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \Rightarrow BD = 25(\text{cm})$ A derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság hossza a két befogó szorzata és átfogó arányával egyenlő.

$$\text{Az } ABD \text{ háromszögben } AI = \frac{AD \cdot AB}{BC} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12(\text{cm}) .$$



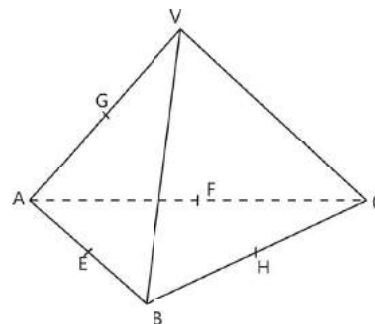
2. F: $VABC$ szabályos tetraéder, $AB = 18\text{cm}$

E, F, G és H pontok rendre az AB, AC, AV és BC szakaszok felezőpontjai.

K: a) a tetraéder élei hosszának összege 108 cm .

b) $T_{EFG} = ?$

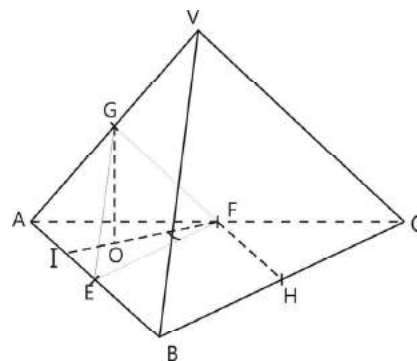
c) $d(G, HF) = ?$



Megoldás:

a) A tetraéder szabályos, tehát élei kongruensek. A tetraéder élei hosszának összege: $VA + VB + VC + AB + BC + CA = 6 \cdot 18 = 108(\text{cm})$

- b) Az E, F és G pontok rendre az AB, AC és AV szakaszok felezőpontjai, tehát EG, EF és FG középvonalak az ABV , az ABC illetve az ACV háromszögekben. Mivel a középvonalak hosszúsága a velük párhuzamos oldalak hosszának felével egyenlő, EFG egyenlő oldalú háromszög, melynek oldalai hossza $a = \frac{AB}{2} = 9(\text{cm})$. Az egyenlő oldalú háromszög területi



képlete alapján $T = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, ahol a a háromszög oldala tehát

$$T_{EFG} = \frac{EF^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2).$$

- c) A b) pont alapján, $AEFG$ szintén egy szabályos tetraéder.

Legyen FI az AEF háromszög magassága, $I \in AE$ valamint $O \in IF$, ahol GO az $AEFG$ tetraéder magassága.

A G pontnak a HF szakasztól való távolságát a három merőleges tétele alapján szerkesztjük meg.

Először igazoljuk, hogy IFH szög derékszög. $\widehat{IFE} = 30^\circ$, mert az IF magasság egyben szögfelező is (AEF egyenlő oldalú háromszög), és az egyenlő oldalú háromszög mindegyik szöge 60° -os. EF és HF középvonalak az ABC háromszögben, tehát $EF \parallel BC, FH \parallel AB$, tehát $EBHF$ négyszög

paralelogramma, így $\widehat{EFH} = \widehat{EBH} = 60^\circ$. Kapjuk, hogy $\widehat{IFH} = \widehat{IFE} + \widehat{EFH} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

A három merőleges tétele alapján:

$$\left. \begin{array}{l} GO \perp (AEF) \\ OF \perp FH (\widehat{IFH} = 90^\circ) \\ OF, FH \subset (AEF) \end{array} \right\} \Rightarrow GF \perp FH, \text{ tehát a keresett távolság a } GF$$

A GF középvonal a VAC háromszögben, tehát $GF = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9(\text{cm})$.

2. TESZT

I. FELADATSOR

1. A műveletsorban előbb az osztást végezzük el: $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{5}$, majd az összeadást:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1.$$

A lapra ezt írod: 1

2. Vegyes szakaszos tizedes törtet úgy alakítunk át törtté, hogy a számlálóba leírjuk a számot, ebből kivonjuk a szakasz előtti számot, a nevezőbe pedig annyi 9-est írunk, ahány számjegyből áll a szakasz, utána pedig annyi nullát, ahány számjegy van a vessző és szakasz között.

$3,1(6) = \frac{316-31}{90} = \frac{285}{90}$. A kapott eredmény nem irreducibilis, egyszerűsíthető 15-tel és kapjuk,

$$\text{hogy } 3,1(6) = \frac{19}{6}.$$

A lapra ezt írod: $\frac{19}{6}$

3. $180\text{-nak a } 20\%\text{-a} = 180 \cdot 20\% = 180 \cdot \frac{20}{100} = 36.$

A lapra ezt írod: 36

4. A téglalap kerülete a két hosszúságának és a két szélességének az összege $K = 2h + 2sz$, vagyis $K = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 8 = 24 + 16 = 40 \text{ cm}.$

A lapra ezt írod: 40

5. Egy tetraédernek összesen 6 éle van. Egy szabályos tetraéder minden éle egyforma. Tehát egy éle $18:6 = 3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}.$

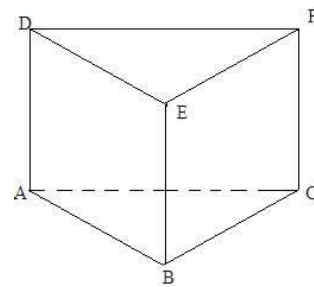
A lapra ezt írod: 30

6. Összeadjuk az egyes intervallumokban levő tanulók számát: $3 + 5 + 6 + 8 + 4 + 3 + 2 = 31$ tanuló van az osztályban.

A lapra ezt írod: 31

II. FELADATSOR

1. Az $ABCDEF$ szabályos háromoldalú hasáb megrajzolása és a csúcsok megnevezése:



2. $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ közös nevezőre hozzuk

$$a = \frac{\sqrt{5}+2 + \sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2 - 2^2} = 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}, \text{ mivel } 19 < 20 < 21 \text{ következik, hogy}$$

$$\sqrt{19} < \sqrt{20} < \sqrt{21} \Rightarrow a \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$$

3. Két szám különbség 34. Legyen x a kisebbik szám, akkor a nagyobbik $x + 34$. A nagyobbik háromszorosának és a kisebbik kétszeresének összege 187, vagyis

$$3 \cdot (x + 34) + 2x = 187 \quad \text{elvégezzük a szorzást}$$

$$3x + 102 + 2x = 187 \quad \text{kivonunk } 102\text{-t mindkét oldalból és összevonunk}$$

$$5x = 85 \quad \text{osztjuk mindkét oldalt } 5\text{-tel}$$

$$x = 17 \text{ a kisebbik szám. A nagyobbik szám } 17 + 34 = 51.$$

4. $A \cap \mathbb{Q}$ az A -ban levő racionális számok halmaza: $-1; 1; (4); \frac{1}{3}; -\sqrt{0,01} = -\sqrt{\frac{1}{100}} = -\frac{1}{10}$

$$\text{card}(A \cap \mathbb{Q}) = 4.$$

$A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ az A -ban levő irracionális számok (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek) halmaza:

$$\sqrt{2}; \sqrt{12}; \pi, \text{ vagyis } \text{card}(A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})) = 3.$$

Tehát racionális szám van több az A halmazban.

5. Alkalmazzuk az $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ rövidített számítási képletet, felbontjuk a zárójel (minden tagot szorzunk a zárójel előtti számmal) és összevonjuk az egyenű tagokat

$$E(x) = (x+1)^2 + 2(x-7) + 1 = x^2 + 2x + 1 + 2x - 14 + 1 = x^2 + 4x - 12 =$$

$$= x^2 + 6x - 2x - 12 = x(x+6) - 2(x+6) = (x+6)(x-2)$$

A $4x$ -t felírtuk mint $6x - 2x$ majd csoportosítással tényezőket szorzatára bontottuk

6. A $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$ egyenlőség felírható $\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{(y+2)^2 + 9} = 5$ alakban

Mivel egy teljes négyzet mindig pozitív következik, hogy $(x-1)^2 + 4 \geq 4$ és $(y+2)^2 + 9 \geq 9$

Tehát $\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{(y+2)^2 + 9} \geq \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$.

Következik, hogy a $\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{(y+2)^2 + 9}$ csak akkor lehet egyenlő 5-tel, ha

$(x-1)^2 = 0$ és $(y+2)^2 = 0$, vagyis $x-1=0$ és $y+2=0$. Tehát $x=1$ és $y=-2$

III. FELADATSOR

1. F: $ABCD$ téglalap

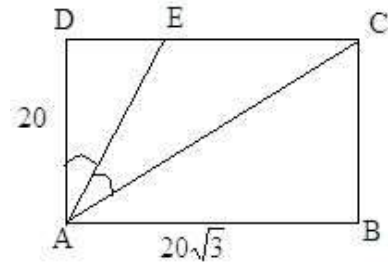
$$AB = 20\sqrt{3} \text{ cm}, BC = 20 \text{ cm}$$

AE a DAC szög szögfelezője

K: a) $\widehat{BAC} = 30^\circ$

b) $AE = EC$

c) $\frac{T_{AEC}}{T_{ADE}} = ?$



Megoldás:

a) Az ABC derékszögű háromszögben $\operatorname{tg} \widehat{BAC} = \frac{\text{szöggel szemközti befogó}}{\text{átfogó}} = \frac{BC}{AB} = \frac{20}{20\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ$$

b) Az a) alpontból következik, hogy $\widehat{DAC} = 60^\circ$ (a BAC szög pótszöge). Mivel AE szögfelező

$$\Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{EAC} = 30^\circ.$$

$AB \parallel CD$, AC szelő $\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$, mert belső váltószögek

Azt kaptuk, hogy az AEC háromszögben $\widehat{ECA} = \widehat{EAC} = 30^\circ$, tehát az AEC háromszög egyenlőszárú (az alapon fekvő szögek kongruensek). Tehát $AE = EC$

Megjegyzés: az EAC szög mértékét meghatározhatjuk úgy is mint az $\widehat{ACB} = 60^\circ$ (derékszögű háromszög hegyesszögeinek az összege 90°) szög pótszöge.

c) Az ADE derékszögű háromszögben $\widehat{DAE} = 30^\circ$, ezért a DAE szöggel szembeni befogó (DE) fele az átfogónak (AE). Legyen $DE = x$, akkor $AE = 2x$. Felírjuk Pitagorasz tételét:

$$AE^2 = DE^2 + AD^2 \Rightarrow (2x)^2 = x^2 + 20^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 400 \Rightarrow 3x^2 = 400 \Rightarrow x^2 = \frac{400}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Tehát } DE = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm és } EC = CD - DE = 20\sqrt{3} - \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{60\sqrt{3} - 20\sqrt{3}}{3} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ (cm).}$$

$$\text{Kapjuk, hogy } \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{40}{20} = 2. \text{ Tehát } \frac{T_{AEC}}{T_{ADE}} = \frac{EC \cdot AD}{ED \cdot AD} = \frac{EC \cdot \cancel{AD}}{\cancel{ED} \cdot AD} = \frac{EC}{ED} = 2$$

Megjegyzés: az $\frac{EC}{ED}$ arányt megkaphatjuk úgy is, hogy figyelembe vesszük, hogy $AC = 40$ cm (mert a 30° -os szöggel szemben fekvő befogó egyenlő az átfogó felével) és alkalmazzuk a szögfelező tételét:

$$\frac{EC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{40}{20} = 2$$

2. F: $ABCD A'B'C'D'$ kocka

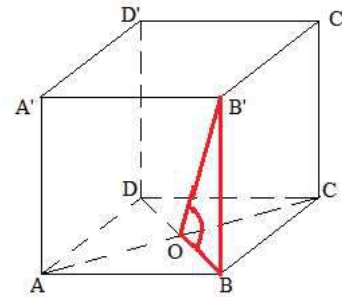
$$AB = 8 \text{ cm}$$

$$AC \cap BD = \{O\}$$

K: a) $d(B', AC) = 4\sqrt{6}$ cm

b) $\sin(\widehat{B'O, (ABCD)}) = ?$

c) $\text{tg}(\widehat{(B'C'O), (ABC)}) = ?$



Megoldás:

a) Alkalmazzuk a három merőleges tételét $B'B \perp (ABC)$, $BO \perp AC \Rightarrow B'O \perp AC$. Tehát a B' pont távolsága az AC -től a $B'O$ szakasz hossza.

$$BO = 4\sqrt{2} \text{ cm (a 8 cm oldalú négyzet átlójának a fele).}$$

Alkalmazzuk a Pitagorasz tételt a $BB'O$ háromszögben:

$$B'O^2 = BB'^2 + BO^2 = 64 + 32 = 96 \Rightarrow B'O = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

b) Egy egyenesnek egy síkkal bezárt szögén az egyenesnek a síkra eső vetületével bezárt szögét értjük. $B'O$ -nak az ABC síkra eső vetülete a BO , vagyis a $B'OB$ szög szinuszát kell kiszámolni. Egy derékszögű háromszögben az egyik hegyesszög szinusza egyenlő a szöggel szemben fekvő befogó és az átfogó arányával $\Rightarrow \sin \widehat{B'OB} = \frac{BB'}{B'O} = \frac{8}{4\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

c) Két sík szögét megkapjuk, ha

i. Megkeressük a két sík közös egyenesét.

ii. A közös egyenes egy pontjába merőlegest húzunk mind a két síkban a közös egyenesre.

iii. A két merőleges által bezárt szög lesz a lapszögnek megfelelő síkszög.

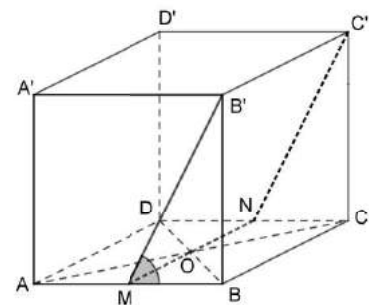
Az O ponton keresztül párhuzamost húzunk a $B'C'$ egyenessel, ez az AB és CD egyeneseket M illetve N pontban metszi

$$\Rightarrow MN = (OB'C') \cap (ABC)$$

$$BM \perp BC \parallel MN \Rightarrow BM \perp MN$$

$$\left. \begin{array}{l} NM \parallel B'C' \perp (ABB'A') \\ B'M \subset (ABB'A') \end{array} \right\} \Rightarrow NM \perp B'M$$

Mivel $MB \perp MN$ és $B'M \perp MN$ az $(OB'C')$ és az (ABC) síkok lapszögének megfelelő síkszög a $B'MB$ szög.



Egy derékszögű háromszögben az egyik hegyesszög tangense egyenlő a szöggel szemben fekvő befogó és a szög melletti befogó arányával

$$\operatorname{tg} \widehat{B'MB} = \frac{BB'}{MB} = \frac{8}{4} = 2$$

3. TESZT

I. FELADATSOR

1. Előbb az osztást, majd a kivonást végezzük el: $35 - 25 : 5 = 35 - 5 = 30$

A vizsgalpra ezt írod: 30

2. Előbb az $\frac{x-2}{4} = \frac{3}{2}$ aránypár hiányzó tagját, az $(x-2)$ -t számítjuk ki, tehát $x-2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$,

majd megoldjuk az $x-2=6$ egyenletet, ahonnan kapjuk, hogy $x=8$.

A vizsgalpra ezt írod: 8

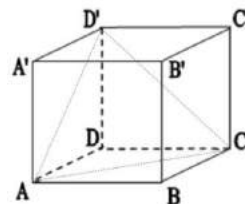
3. Az $M = \left\{ \frac{3}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ halmaz legnagyobb elemének meghatározásához n helyébe természetes számokat helyettesítünk. Észrevesszük, hogy minél nagyobb értéket helyettesítünk, annál kisebb lesz a $\frac{3}{n+1}$ tört értéke. Mivel 0 a legkisebb természetes szám, amit behelyettesíthetünk és erre a tört értéke 3 lesz, következik, hogy az M halmaz legnagyobb eleme a 3.

A vizsgalpra ezt írod: 3

4. A trapéz középvonala egyenlő az alapok számtani közepével, vagyis $\frac{AB+CD}{2} = \frac{8+6}{2} = 7$ (cm).

A vizsgalpra ezt írod: 7

5. Az $ABCD A' B' C' D'$ kockában AC és $D'C$ lapátlók. Ha meghúzzuk a AD' lapátlót is, akkor ez a három egyenes egy egyenlő oldalú háromszöget alkot, amelyben a szögek mértéke 60° , tehát az AC és $D'C$ egyenesek által alkotott szög mértéke 60° .



A vizsgalpra ezt írod: 60

6. Legalább 8-as jegy azt jelenti, hogy 8-as, vagy annál nagyobb. Összeadjuk a táblázat második sorában levő, a 8-as, a 9-es és a 10-es alatti számokat és kapjuk, hogy $5+4+1=10$ tanuló ért el legalább 8-ast.

A vizsgalpra ezt írod: 10

II. FELADATSOR

1. A $VABCD$ gúla megrajzolása és a csúcsok megnevezése.
 2. Az első zárójelben levő kifejezésben két négyzet különbsége alakítható ki, ha az 55-öt felbontjuk 64-9-re. A második zárójelben levő kifejezésből kiemeljük a 2-t, mint közös tényezőt. Így az eredményben két páratlan szám összege lesz, ami páros szám, tehát osztható 2-vel.

$$\begin{aligned} (49^n + 16 \cdot 7^n + 55) : (2 \cdot 7^n + 22) &= (7^{2n} + 2 \cdot 8 \cdot 7^n + 64 - 9) : (2 \cdot 7^n + 22) = \left[(7^n + 8)^2 - 3^2 \right] : (2 \cdot 7^n + 22) = \\ &= \left[(7^n + 8) + 3 \right] \cdot \left[(7^n + 8) - 3 \right] : \left[2 \cdot (7^n + 11) \right] = (7^n + 11) \cdot (7^n + 5) : 2 \cdot (7^n + 11) = (7^n + 5) : 2 \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

bármely n természetes szám esetén, ugyanis a $(7^n + 5)$ páros szám, amely osztható 2-vel.

3. Egyszerűbb alakra hozzuk az adott számokat. Az a szám első két tagjában gyöktelenítjük a nevezőket, a harmadik tagban elvégezzük a szorzást ügyelve arra, hogy ha negatív számmal szorzunk egy zárójelet, akkor minden tag előjele megváltozik. Ezután összevonjuk az egynevű tagokat és $a=1$

$$a = \frac{\sqrt{5-2} \cdot 1}{\sqrt{5+2}} + \frac{\sqrt{6-\sqrt{5}} \cdot 1}{\sqrt{6+\sqrt{5}}} - \sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5+2}) \cdot (\sqrt{5}-2)} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6+\sqrt{5}}) \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{5})} - \sqrt{6}+3 =$$

$$= \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5} - \sqrt{6}+3 = \sqrt{5}-2 + \sqrt{6}-\sqrt{5} - \sqrt{6}+3 = 1$$

A b szám esetében elvégezzük a négyzetre emelést, a megfelelő képlet segítségével (két tag különbségének a négyzete egyenlő az első tag a négyzeten mínusz a két tag kétszeres szorzata, amihez hozzáadjuk a második tag négyzetét), összevonjuk az egynevű tagokat, majd kiemeljük az első zárójelből a 2-t, mint közös tényezőt. Így kapjuk, hogy $b=2$

$$b = \left[(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + 1 \right] : (3-\sqrt{6}) = (3-2\sqrt{6}+2+1) : (3-\sqrt{6}) = (6-2\sqrt{6}) : (3-\sqrt{6}) = 2(3-\sqrt{6}) : (3-\sqrt{6}) = 2$$

Az a és b számok számtani közepe: $\frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

4. a) Nem szükséges két ismeretlent választani, mert a lányok száma kétszer több mint fiúk száma. Legyen x a fiúk száma, akkor $2x$ a lányok száma.

A feladat szövege alapján a lányok száma 30-cal, a fiúk száma pedig 6-tal csökkent és így a fiúk és lányok száma egyenlő lett. Felírjuk az egyenlőséget $2x-30=x-6$

Megoldva ezt az elsőfokú egyenletet megkapjuk a fiúk számát $x=24$, akkor a lányok száma 48. Felelet 48 lány jelentkezett a verseny selejtező szakaszára.

b) Az előző pont alapján $24+48=72$ versenyző vett részt a selejtezőn. Ezután a lányok száma 30-cal, a fiúk száma pedig 6-tal csökkent, tehát $48-30=18$ lány és $24-6=18$ fiú jutott a verseny következő szakaszába. Ez összesen 36 versenyző, ami a 72-nek a fele, vagyis 50%-a.

Felelet: a versenyzők 50%-a jutott a következő szakaszba.

5. Az $E(x)$ kifejezésben elvégezzük a négyzetre emeléseket, a megfelelő rövidített számítási képletek segítségével: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, majd összevonjuk az egynevű tagokat.

$$E(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 2$$

Ezután a kifejezésbe x helyébe $-x$ -et teszünk, és ugyanúgy járunk el, mint az $E(x)$ kifejezésnél.

$$E(-x) = (-x+1)^2 + (-x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 2$$

Ezután összeadjuk a két eredményt, összevonjuk az egynevű tagokat és észrevesszük, hogy az eredmény szorzattá alakítható, kiemelhetünk mindkét tagból 4-et.

$$E(x) + E(-x) = 2x^2 + 2 + 2x^2 + 2 = 4x^2 + 4 = 4(x^2 + 1)$$

Egy olyan kifejezés, amely két vagy több tényező szorzatára bontható, osztható bármelyik tényezővel. Mivel az eredmény szorzat alakú és az egyik tényezője 4, következik, hogy

$$E(x) + E(-x) \text{ osztható}$$

4-gyel, bármely x valós szám esetén!

III. FELADATSOR

1. A feladat szövege alapján elkészítjük az ábrát a vizsgalagra. Felírjuk a feladat feltevéseit és következtetéseit.

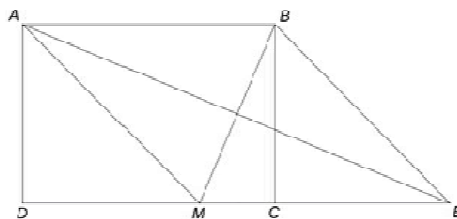
F: $ABCD$ téglalap, vagyis $AB \equiv CD = 10$, $AD \equiv BC = 8$, $AD \perp DC$

$AM = AB$, $M \in CD$, AE oldalfelező az AMB_{Δ} -ben és $E \in CD$

K: a) $K_{ABCD} = 36$ cm

b) $MC = ?$

c) $AMEB$ négyszög rombusz ($AM \equiv ME \equiv EB \equiv AB$)



Megoldás:

a) A téglalap kerülete egyenlő az oldalak hosszának összegével, de mivel a szemben fekvő oldalak egyforma hosszúak, akkor a kerület: $K_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 = 36$ cm.

b) Előbb a DM szakasz hosszát számítjuk ki Pitagorász tételével az ADM derékszögű háromszögből. Mivel $m(\widehat{ADM}) = 90^\circ$ következik, hogy a DM befogó, tehát

$$DM^2 = AM^2 - AD^2$$

$$\Rightarrow DM^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow DM = \sqrt{36} = 6 \text{ cm. } MC = DC - DM = 10 - 6 = 4 \text{ cm.}$$

c) Igazolni kell, hogy az $AMEB$ négyszög oldalai egyenlők.

Tudjuk, hogy $AM = AB$

Mivel $AB \parallel CD$, AE szelő $\Rightarrow m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{AEM})$

Az AMB egyenlő szárú háromszögben az AE oldalfelező $\Rightarrow AE$ szögfelező, amiből

következik, hogy $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{MAE})$

Tehát $m(\widehat{AEM}) = m(\widehat{MAE})$, ami azt jelenti, hogy az AME háromszög egyenlő szárú, azaz

$$AM = ME$$

De mivel $AB \parallel ME$ következik, hogy $AMEB$ négyszög rombusz.

2. A feladat szövege alapján elkészítjük az ábrát a vizsgalagra. Felírjuk a feladat feltevéseit és következtetéseit.

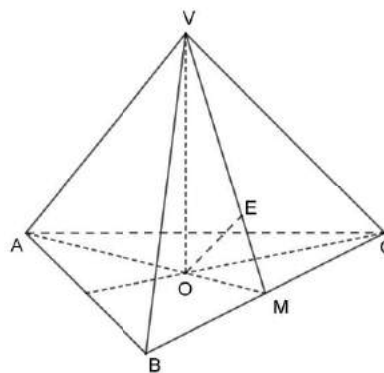
F: $VABC$ szabályos háromoldalú gúla, O az alap középpontja,

$AB = 12$ cm, $VA = 18$ cm

K: a) $T_{ABC} = 36\sqrt{3}$ cm²

b) $VA \perp BC$

c) $d(O, (VBC)) = ?$



Megoldás:

a) A szabályos háromoldalú gúla alapja egyenlő oldalú háromszög. Területe egyenlő az egyik oldal szorozva a hozzá tartozó magasság osztva 2-vel. Az ABC háromszög magassága

$$h = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}. \text{ Az alap területe: } T_{ABC} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) A VA és BC kitérő egyenesek merőlegességét úgy bizonyítjuk, hogy azt igazoljuk, hogy az egyik egyenes merőleges egy olyan síkra, amely tartalmazza a másik egyenest.

Legyen AM az A csúcshoz tartozó magasság (mely oldalfelező is), vagyis $AM \perp BC$. A VBC háromszögben VM magasság (egyenlő szárú háromszög és M a BC felező pontja), tehát $VM \perp BC$. Mivel BC merőleges az AM és a VM egyenesekre, merőleges VAM síkra. Következik, hogy $BC \perp VA$.

- c) Egy pont távolsága egy síktól egyenlő a pontból a síkra bocsátott merőleges szakasz hosszával. Szakasz hosszát általában derékszögű háromszögben tudjuk meghatározni. Mivel a $VABC$ szabályos gúla a VO merőleges az alap síkjára, ezért a VOM derékszögű háromszög. Ebben a háromszögben húzzuk meg az OE magasságot ($OE \perp VM$).

A b) pontban igazoltuk, hogy $BC \perp (VAM)$. Következik, hogy $BC \perp OE$, mert OE benne van a VAM síkban. Tehát OE merőleges a VBC sík két metsző egyenesére, azaz merőleges a síkra is. Ez azt jelenti, hogy az O pont távolsága a VBC síktól pontosan az OE .

Hogyan számíthatjuk ki az OE szakasz hosszát?

Ha ismerjük a derékszögű háromszög oldalait kiszámíthatjuk az átfogóhoz tartozó magasságot, ha felírjuk kétféleképpen a területét.

$$VMB \text{ derékszögű háromszög} \Rightarrow VM^2 = VB^2 - BM^2 = 18^2 - 6^2 = 324 - 36 = 288 \Rightarrow VM = 12\sqrt{2}(\text{cm}).$$

O az alap (egyenlő oldalú háromszög) középpontja ezért súlypont is, tehát

$$OM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}).$$

$$VO^2 = VM^2 - OM^2 = 288 - 12 = 276 \Rightarrow VO = 2\sqrt{69}(\text{cm}).$$

$$T_{VOM} = \frac{VO \cdot OM}{2} = \frac{VM \cdot OE}{2} \Rightarrow OE = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{2\sqrt{69} \cdot 2\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2}}(\text{cm})$$

4. TESZT

I. FELADATSOR

1. Előbb a két osztást végezzük el, utána összeadjuk a kapott eredményeket $82 : 41 + 55 : 11 = 2 + 5 = 7$.

A lapra ezt írod: 7

2. Három szám számtani közepét megkapjuk, ha a számok összegét osztjuk 3-al: $\frac{7+9+11}{3} = \frac{27}{3} = 9$.

A lapra ezt írod: 9

3. Az (1; 6) intervallumban lévő természetes számok a 2, 3, 4, 5. Ezek közül a legkisebb páratlan szám a 3.

A lapra ezt írod: 3

4. A G súlypont úgy helyezkedik el az AD oldalfelezőn, hogy az AG szakasz kétszer akkora, mint a GD szakasz. Az AG hosszát úgy kapjuk meg, hogy az AD hosszát (12cm) elosztjuk 3-mal és vesszük a kétszeresét. Tehát $(12 : 3) \cdot 2 = 8$.

A lapra ezt írod: 8

5. A kocka éle (BB') merőleges a kocka $ABCD$ lapjára, tehát az $ABCD$ sík minden egyenesére. Mivel az AC egyenes benne van az $ABCD$ síkban, ezért az AC és BB' egyenesek szöge 90° .

A lapra ezt írod: 90

6. A legtöbb 12 év azt jelenti, hogy vagy annál fiatalabb (12, 11 vagy 10 éves). Ezért összeadjuk a 12, 11 és 10 számok alatti számokat a második sorból: $8 + 6 + 13 = 27$.

A lapra ezt írod: 27

II. FELADATSOR

1. A hasáb megrajzolása és a csúcsok megnevezése.

2. A $\frac{15}{2n-1}$ tört értéke akkor természetes szám, ha a $2n-1$ egyenlő a 15 valamelyik osztójával (1, 3, 5,

15). A $2n-1$ -et rendre egyenlővé tesszük az 1, 3, 5 és 15 számokkal és a kapott egyenleteket megoldjuk. Az a jó megoldás, ha az eredmény természetes szám!

$$\begin{array}{lllll} 2n-1=1 & \text{rendezzük} & 2n-1=3 & 2n-1=5 & 2n-1=15 \\ 2n=2 & \text{osztunk 2-vel} & 2n=4 & 2n=6 & 2n=16 \\ n=1 \in \mathbb{N} & & n=2 \in \mathbb{N} & n=3 \in \mathbb{N} & n=8 \in \mathbb{N} \end{array}$$

Felelet: Tehát n lehet 1, 2, 3 vagy 8 ($n \in \{1, 2, 3, 8\}$).

3. Ha első nap a lapok számának 55%-át olvasta el, akkor második napra 45% maradt, ami 54 oldal.

Legyen x az oldalak száma. Ennek $\frac{45}{100}$ -ad része 54. Tehát $x \cdot \frac{45}{100} = 54 \Rightarrow x = \frac{54 \cdot 100}{45} = 120$

Megjegyzés: Megoldható egyszerű hármasszabállyal is.

4. Érdemes az a -t és a b -t egyszerűbb alakra hozni. Ezért gyöktelenítjük (racionizáljuk) a törtet, azaz bővítjük a nevező konjugáltjával.

$$a = \frac{\sqrt{5-2} \cdot 1}{\sqrt{5+2}} + \frac{3-\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} + \frac{3-\sqrt{8}}{9-8} = \sqrt{5}-2+3-\sqrt{8} = 1+\sqrt{5}-2\sqrt{2}. \text{ Hasonlóan } b = 5+\sqrt{5}+2\sqrt{2}$$

$$\text{a) } n = a + 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 1 + \sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 1 \in \mathbb{N}$$

$$\text{b) } a + b = 1 + \sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 5 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{5}$$

5. Alkalmazzuk a rövidített számítási képleteket, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ és $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, majd összevonjuk az azonos nevű tagokat

$$E(x) = (2+x)(2-x) + (x+3)^2 - 3(2x+3) = 4 - x^2 + x^2 + 6x + 9 - 6x - 9 = 4 = 2^2$$

III. FELADATSOR

1. F: $ABCD$ és $FBCE$ derékszögű trapézok,

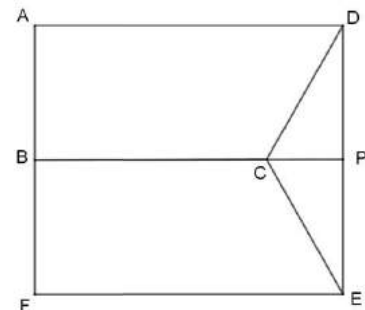
$$AF \perp BC, AB = BF$$

$$FE = AD = 8 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}, AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{K: a) } T_{ABCD} = ?$$

$$\text{b) } DE = ?$$

$$\text{c) } \widehat{DCE} = 120^\circ$$



Megoldás:

a) A trapéz területe egyenlő a nagyalap (AD) és kisalap (BC) összege szorozva a magassággal (AB) és

$$\text{az egész osztva 2-vel. Tehát: } T_{ABCD} = \frac{(AD+BC) \cdot AB}{2} = \frac{(8+6) \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Mivel az $ABCD$ és $FBCE$ derékszögű trapézok az $AFED$ téglalap $\Rightarrow ED = AF$. A B az AF szakasz felezőpontja, tehát $DE = AF = 2AB = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm)

c) Szögek mértékét általában derékszögű háromszögben tudjuk meghatározni. Ezért meghosszabbítjuk a BC -t, mely metszi a DE -t a P pontban. Így kapjuk az $ABPD$ és $BFED$ téglalapokat, valamint P -ben

derékszögű CPD és CPE háromszögeket. A CPD és CPE háromszögekben $DP = PE = AB = 2\sqrt{3}$ (cm)

és $CP = AD - BC = 8 - 6 = 2$ (cm). A CPD háromszögben $\operatorname{tg} \widehat{DCP} = \frac{DP}{CP} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{DCP} = 60^\circ$.

Hasonlóan CPE háromszögben $\operatorname{tg} \widehat{ECP} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ECP} = 60^\circ$. Tehát $\widehat{DCE} = \widehat{DCP} + \widehat{ECP} = 120^\circ$.

Megjegyzés:

Úgy is igazolható, hogy Pitagorasz tételével kiszámítjuk a CD oldalt ($CD^2 = CP^2 + DP^2$, $CD = 4$ (cm)).

Mivel a CP befogó fele CD átfogónak a D szög 30° -os, a C pedig 60° -os.

Hasonlóan igazolható, ha a C ponton át merőlegest húzunk az AD és EF egyenesekre.

2. F: $VABC$ szabályos háromoldalú gúla,

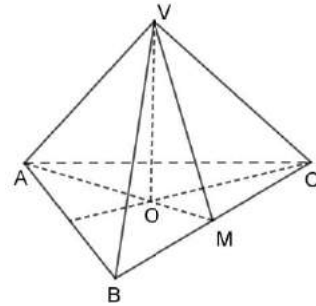
$$VO \perp (ABC), \quad BM = MC$$

$$VM = 6\text{cm}, \quad BC = 12\text{cm}$$

$$\text{K: a) } T_{VBC} = ?$$

$$\text{d) } VA \perp VM$$

$$\text{e) } \sin(\widehat{VM, (ABC)}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



Megoldás:

a) Mivel a gúla szabályos, oldallapjai egymással kongruens egyenlő szárú háromszögek. A háromszög területe egyenlő az alap (BC) szorozva magasság osztva 2-vel. A VBC háromszögben a VM

$$\text{oldalfelező egyben magasság is, tehát } T_{VBC} = \frac{BC \cdot VM}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36(\text{cm}^2)$$

b) Két szakasz merőlegességét kétféleképpen igazolhatjuk:

- i. Igazoljuk, hogy az egyik szakasz merőleges egy olyan síkra mely tartalmazza a másik szakaszt. Itt azt kellene igazolni, hogy a VA merőleges a VM -t tartalmazó VBC síkra, azaz $VA \perp (VBC)$
- ii. Keresünk egy derékszögű háromszöget, amelyben a két szakasz befogó. Itt az AVM háromszög.

1. megoldás:

Mivel $BM = MC = \frac{BC}{2} = 6 = VM$ a VMB derékszögű háromszög egyenlő szárú, tehát hegyesszögei

45° -osak. Ugyanígy a VMC háromszög esetén. Következik, hogy a BVC szög 90° -os. Vagyis $VB \perp VC$. Hasonlóan $VA \perp VB$ és $VA \perp VC$. De ha $VA \perp VB$ és $VA \perp VC$, akkor $VA \perp (VBC)$, tehát $VA \perp VM$, mert VM benne van a VBC síkban.

2. megoldás:

A VMB derékszögű egyenlő szárú háromszögben $VB^2 = VM^2 + BM^2 = 72 \Rightarrow VB = 6\sqrt{2}$ (cm) és így $VA = 6\sqrt{2}$ (cm). Az ABC egyenlő oldalú háromszögben az AM oldalfelező magasság is tehát

$$AM = BC \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm}). \quad VA^2 = 72, \quad VM^2 = 36 \text{ és } AM^2 = 108 \Rightarrow AM^2 = VA^2 + VM^2.$$

Következik, hogy az AVM háromszög V -ben derékszögű, tehát $VA \perp VM$

c) A VM egyenes és az (ABC) sík szöge a VMO szög, ami egyenlő a VMA szöggel. Mivel az AVM

$$\text{háromszög } V\text{-ben derékszögű, kapjuk, hogy } \sin(\widehat{VM, (ABC)}) = \sin \widehat{VMA} = \frac{VA}{AM} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

5. TESZT

I. FELADATSOR

1. Előbb a zárójelben lévő műveleteket kell elvégezni, előbb a szorzást ($3 \cdot 4 = 12$), utána a kivonást ($12 - 12 = 0$), így kapjuk, hogy $5 - 5 \cdot (12 - 3 \cdot 4) = 5 - 5 \cdot 0$. Elvégezzük a szorzást ($5 \cdot 0 = 0$) majd a kivonást és kapjuk, hogy $5 - 5 \cdot 0 = 5 - 0 = 5$.

A lapra ezt írod: 5

2. 1. megoldás

A 3 kg a 6 kg-nak a fele, tehát az ár is fele a 12 lejnek, $12 : 2 = 6$ (lej)

2. megoldás

6 kg.....12 lej

3 kg.....x lej

egyenes arányosság áll fenn, tehát $\frac{6}{3} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 3}{6} = 6$.

A lapra ezt írod: 6

3. Megoldjuk az $x + 1 \leq 3$ egyenlőtlenséget.

$$x + 1 \leq 3 \quad | -1 \quad \text{kivonunk mindkét oldalból 1-et}$$

$$x \leq 2$$

Tehát $A = \{0, 1, 2\}$, mert a 2-nél kisebb vagy vele egyenlő természetes számok a 0, 1 és 2. Ezek összege 3.

A lapra ezt írod: 3

4. A rombusz területét úgy számítjuk ki, hogy összeadjuk a rombusz oldalainak hosszát.

A rombusz minden oldala egyenlő, vagyis $AB = BC = CD = DA = 10 \text{ cm}$

. Következik, hogy

$$K_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 10 + 10 + 10 + 10 = 40(\text{cm})$$

Felírhatjuk a területet úgy is, hogy szorozzuk az oldal hosszát

$$4\text{-gyel. } K_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 10 = 40(\text{cm}).$$

A lapra ezt írod: 40.

5. A BC' és DD' kitérő egyenesek.

Két kitérő egyenes szögét úgy határozzuk meg, hogy az egyik egyenes egy pontján át párhuzamos egyenest húzunk a másik egyeneshez. $DD' \parallel CC' \Rightarrow \widehat{BC'DD'} = \widehat{BC'CC'} = \widehat{BC'C} = 45^\circ$, mert a $BCC'B'$ négyzet szögei 90° -osak és átlói szögfelezők.

A lapra ezt írod: 45

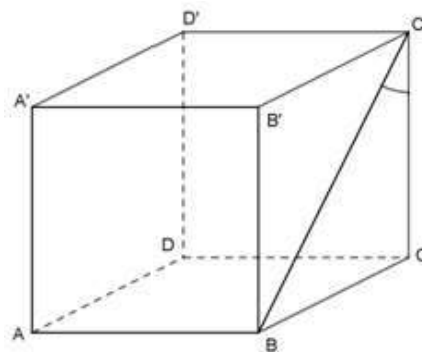
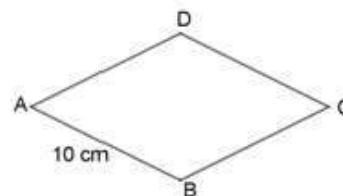
6. Kiszámítjuk, hogy a VIII. osztályos tanulók száma hány

százaléknak felel meg. Az egész 100% , $100\% - (30\% + 25\% + 25\%) = 100\% - 80\% = 20\%$. Tehát a

VIII. osztályos tanulók száma az 500 tanulónak a 20% -a, vagyis $\frac{20}{100}$ -ad része, vagy $\frac{1}{5}$ -ödrésze

I. megoldás: $500 : 100 \cdot 20 = 5 \cdot 20 = 100$

II. megoldás: $500 \cdot \frac{20}{100} = \frac{500}{1} \cdot \frac{20}{100} = \frac{5}{1} \cdot \frac{20}{1} = 100$ vagy $500 \cdot \frac{1}{5} = \frac{500}{5} = 100$



III. megoldás: egyszerű hármasszabállyal

100%.....500 tanuló egyenes arányosság áll fenn

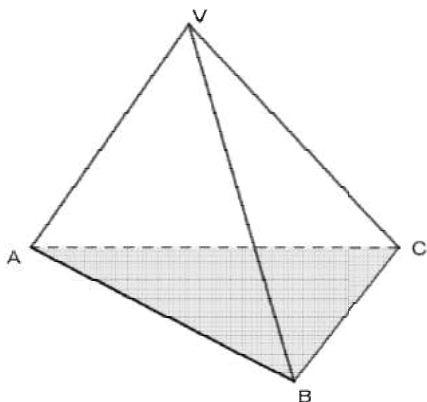
20%..... x tanuló

$$\frac{100}{20} = \frac{500}{x} \Rightarrow x = \frac{500 \cdot 20}{100} = 5 \cdot 20 = 100$$

A lapra ezt írod: 100

II. FELADATSOR

1. A $VABC$ gúla megrajzolása és a csúcsok megnevezése.



A gúla alapja az ABC háromszög és csúcsa a V .

2. $\overline{1ab}$ számjegyei 1 , a és b , ezek összege $8 \Rightarrow 1 + a + b = 8 \Rightarrow a + b = 7$.

Egy szám akkor osztható 5 -tel, ha 0 -ban vagy 5 -ben végződik. $\overline{1ab}$ osztható 5 -tel, tehát $b = 0$ vagy $b = 5$.

1. eset: $b = 0 \Rightarrow a + 0 = 7 \Rightarrow a = 7$

2. eset: $b = 5 \Rightarrow a + 5 = 7 \Rightarrow a = 2$

Tehát $a = 7, b = 0$ vagy $a = 2, b = 5$.

3. Mihály életkora x év múlva lesz a fia életkorának kétszerese.

	Mihály	Fia
Most	34 éves	8 éves
x év múlva	$34+x$ éves	$8+x$ éves

A következő egyenletet írjuk fel

$$34 + x = 2 \cdot (8 + x) \quad (\text{A zárójel minden tagját megszorzzuk 2-vel})$$

$$34 + x = 16 + 2x \quad (\text{Rendezzük az egyenletet})$$

$$34 - 16 = 2x - x \quad (\text{Összevonjuk az egyenlő tagokat})$$

$$18 = x$$

Tehát 18 év múlva Mihály kétszer idősebb lesz a fiánál.

4. Érdemes az x -et és az y -t egyszerűbb alakra hozni. Ezért gyöktelenítjük (racionalizáljuk) a törtet, kiemelünk a gyökjel alól és összevonjuk az egyenlő tagokat.

a) Egyszerűbb alakba írunk minden tagot.

$$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{2}, \quad \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

$$\frac{10}{\sqrt{50}} = \frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} + \frac{10}{\sqrt{50}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

b) Egyszerűbb alakba írunk minden tagot.

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$|\sqrt{3} - 2| = -(\sqrt{3} - 2) = -\sqrt{3} + 2 = 2 - \sqrt{3}$, mert $\sqrt{3} - 2 < 0$ és a negatív szám modulusa egyenlő az ellentettjével.

$$y = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 2 - (2 - \sqrt{3}) \quad (\text{az első 3 tagot összevonjuk, kiemeljük a } \sqrt{3} - \text{at, és}$$

felbontjuk a zárójelet, figyelve arra, hogy a zárójel előtti mínusz jel minden tagra vonatkozik)

$$y = \sqrt{3} \cdot (4 - 5 + 3) + 2 - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (2 + 1) = 3\sqrt{3}.$$

Kiszámítjuk az x^{50} és y^{30} értékét.

$$x^{50} = (2\sqrt{2})^{50} = 2^{50} \cdot \sqrt{2}^{50} = 2^{50} \cdot 2^{25} = 2^{75}, \quad \left((\sqrt{2})^{50} = \left[(\sqrt{2})^2 \right]^{25} = 2^{25}, \text{ mert } (\sqrt{2})^2 = 2 \right)$$

$$y^{30} = (3\sqrt{3})^{30} = 3^{30} \cdot (\sqrt{3})^{30} = 3^{30} \cdot 3^{15} = 3^{45}$$

Összehasonlítjuk a 3^{45} és 2^{75} számokat azért, hogy eldönthessük mivel egyenlő $|3^{45} - 2^{75}|$. Két hatványt akkor tudunk összehasonlítani, ha azonos alapúak, vagy egyforma a kitevőjük.

$$2^{75} = (2^5)^{15} = 32^{15} \quad \text{és} \quad 3^{45} = (3^3)^{15} = 27^{15} \quad 32 > 27 \Rightarrow 32^{15} > 27^{15} \Rightarrow 2^{75} > 3^{45} \Rightarrow 3^{45} - 2^{75} < 0$$

A modulusban negatív szám van, a negatív szám modulusa egyenlő az ellentettjével

$$\Rightarrow |3^{45} - 2^{75}| = 2^{75} - 3^{45} \quad y^{30} + x^{50} + |y^{30} - x^{50}| = 3^{45} + 2^{75} + |3^{45} - 2^{75}| = 3^{45} + 2^{75} + 2^{75} - 3^{45} = 2 \cdot 2^{75} = 2^{76}$$

5. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ (alkalmazzuk a rövidített számítási képletet)

$$(x+2) \cdot (x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6 \quad (\text{minden tagot szorzunk minden taggal, majd összevonjuk az egyenű tagokat}).$$

Most felbontjuk a zárójeleket, minden tagot szorzunk a zárójel előtti számmal. A zárójel előtti mínusz jel minden tagra vonatkozik. Utána összevonjuk az egyenű tagokat

$$E(x) = 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 2 \cdot (x^2 + 5x + 6) - (x + 5) = 3x^2 + 6x + 3 + 2x^2 + 10x + 12 - x - 5$$

$$E(x) = 5x^2 + 15x + 10 = 5 \cdot (x^2 + 3x + 2) \quad (\text{kiemeltük az 5-t})$$

Most igazoljuk, hogy $E(n)$ osztható 10-zel.

$$n^2 + 3n + 2 = \underline{n^2 + n} + \underline{2n + 2} = n \cdot (n+1) + 2 \cdot (n+1) = (n+1) \cdot (n+2) \quad (\text{csoportosítással tényezők szorzatára bontottuk})$$

$$E(n) = 5 \cdot (n^2 + 3n + 2) = 5 \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$E(n)$ osztható 5-tel és mivel az $(n+1) \cdot (n+2)$ két egymás után következő természetes szám szorzata, $E(n)$ osztható 2-vel is. De 2 és 5 relatív prímszámok és $10 = 2 \cdot 5$, következik, hogy $E(n)$ osztható 10-zel. (Ha egy természetes szám osztható két relatív prímszámmal, akkor osztható azok szorzatával is. Két szám relatív prímszám, ha a legnagyobb közös osztójuk az 1)

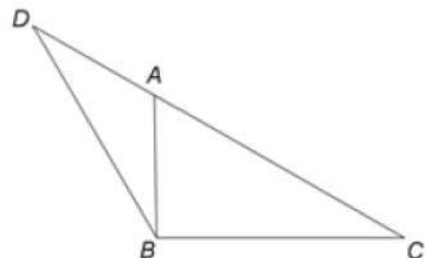
III. FELADATSOR

1. F: $DC = 12\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = BD = 12\text{cm}$, $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$

K: a) $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$

b) $d(B, DC) = 6\text{cm}$

c) $\widehat{ABC} = ?$



Megoldás:

a) $AD = DC - AC = 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (12 - 8) = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

b) Egy pont távolságát egy egyenestől úgy kapjuk meg, hogy a pontból merőlegest bocsájtsunk az egyenesre.

Legyen $BM \perp DC \Rightarrow d(B, DC) = BM$. A BM szakasz hosszát kell kiszámítani.

A BCD egyenlő szárú ($BC = BD$) háromszögben a BM magasság ($BM \perp DC$) oldalfelező is, tehát

$$DM = MC = \frac{DC}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

A BMC derékszögű háromszögben ismerjük az átfogót (BC) és az egyik befogót (MC). Felírom Pitagorasz tételét a BMC -ben, $\widehat{M} = 90^\circ$

$$BM^2 = BC^2 - MC^2 = (12)^2 - (6\sqrt{3})^2 \Rightarrow 144 - 108 = 36 \Rightarrow BM = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$$

c) Tekintsük az M -ben derékszögű BCM háromszöget. $BC = 12\text{cm}$, $BM = 6\text{cm}$.

Ha egy derékszögű háromszög egyik befogójának a hossza egyenlő az átfogó hosszának a felével, akkor a befogóval szemben fekvő szög 30° -os. Tehát $\widehat{BCM} = 30^\circ$.

Az ABM háromszög szintén derékszögű M -ben és $AM = AC - MC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

A derékszögű háromszögben a hegyesszögek összege $90^\circ \Rightarrow \widehat{MBC} = 60^\circ$.

$$\operatorname{tg} \widehat{ABM} = \frac{AM}{BM} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ABM} = 30^\circ$$

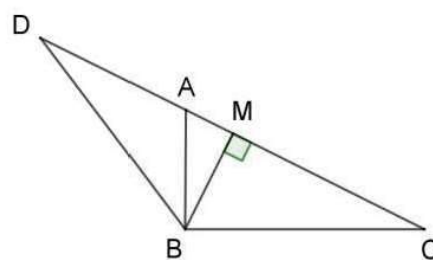
$$\widehat{ABC} = \widehat{ABM} + \widehat{MBC} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

Más megoldás

Kiszámítjuk az AB szakasz hosszát az ABM derékszögű háromszögből, alkalmazva Pitagorasz tételét $AB^2 = BM^2 + AM^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

Az ABC háromszögben $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

$AB^2 + BC^2 = (4\sqrt{3})^2 + 12^2 = 48 + 144 = 192 = (8\sqrt{3})^2 = AC^2 \Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ$ (Pitagorasz fordított tételét alkalmaztuk)



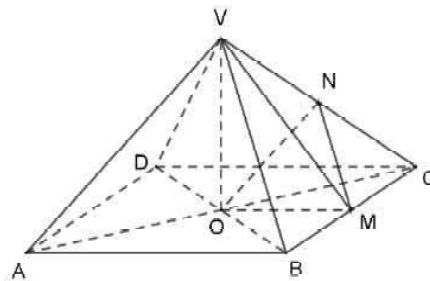
2. F: $ABCD$ négyzet, $VO \perp (ABCD)$

$$AB = 12\text{cm}, VO = 8\text{cm}, VN = NC, BM = MC$$

K: a) $T_{ABCD} = 144\text{cm}^2$

b) $(NOM) \parallel (VAB)$

c) $VP \perp AM, P \in AM, VP = \frac{2\sqrt{445}}{5}\text{cm}$



Megoldás:

a) $ABCD$ négyzet $\Rightarrow T_{ABCD} = AB^2 = 12^2 = 144(\text{cm}^2)$ vagy $T_{ABCD} = AB \cdot AB = 12 \cdot 12 = 144(\text{cm}^2)$

b) Két sík párhuzamosságát úgy igazoljuk, hogy bebizonyítjuk, hogy az egyik sík két metsző egyenese párhuzamos a másik síkkal

Az OM és MN metsző egyenesek benne vannak az NOM síkban.

$$AO = OC \text{ és } BM = MC \Rightarrow OM \text{ középvonal az } ABC \text{ háromszögben} \Rightarrow OM \parallel AB \text{ de az } AB \text{ egyenes}$$

benne van a VAB síkban ($AB \subset (VAB)$), tehát $OM \parallel (VAB)$

$$BM = MC \text{ és } VN = NC \Rightarrow MN \text{ középvonal a } VBC \text{ háromszögben} \Rightarrow MN \parallel VB \text{ de az } VB \text{ egyenes}$$

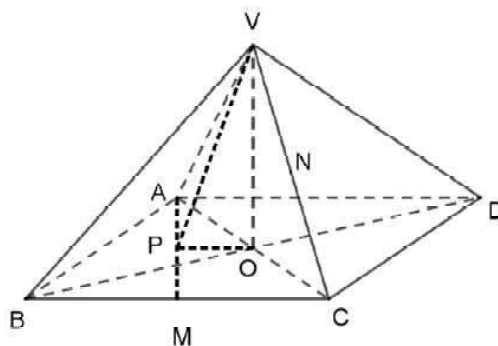
benne van a VAB síkban ($VB \subset (VAB)$), tehát $MN \parallel (VAB)$

Mivel $OM \parallel (VAB)$, $MN \parallel (VAB)$ és $OM, MN \subset (NOM) \Rightarrow (VAB) \parallel (NOM)$

c) Egy pont távolságát egy egyenestől úgy határozzuk meg, hogy a pontból merőlegest bocsájtsunk az egyenesre. Hogy hova kerül a merőleges talppontja a három merőleges tételével határozzuk meg. A jobb láthatóságért új rajzot készítünk (elforgatjuk a gúlát)

$$\left. \begin{array}{l} VO \perp (ABCD) \\ OP \perp AM \\ OP, AM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \perp \text{tétel} \\ \Rightarrow VP \perp AM. \end{array}$$

Tehát az O pontból az AM egyenesre bocsájtott merőleges talppontja lesz a P pont. A V pontnak az AM egyenestől való távolsága a VP szakasz hossza $d(V, AM) = VP$.



Pitagorasz tételét alkalmazva a VOP háromszögben ($\hat{O} = 90^\circ$) kiszámíthatjuk a VP szakasz hosszát:

$$VP^2 = VO^2 + OP^2 \quad (1)$$

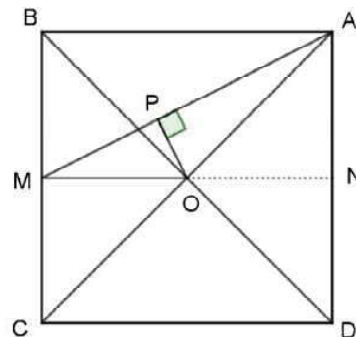
Nem ismerjük az OP szakasz hosszát. Először azt számítjuk ki. Megrajzoljuk az $ABCD$ négyzetet.

Kiszámítjuk az AMO háromszög területét kétféleképpen.

Az AMO egy tompaszögű háromszög, alpnak vesszük az MO -t ($MO = \frac{AB}{2} = 6\text{cm}$) és a hozzá tartozó magasság az AN , melynek hossza

a négyzet oldalának a felével egyenlő ($AN = 6\text{cm}$).

$$T_{AMO} = \frac{OM \cdot AN}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$$



Másrészt az AOM háromszögben ha az alap az AM , akkor a hozzá tartozó magasság az OP és

$$T_{AOM} = \frac{AM \cdot OP}{2} \Leftrightarrow 18 = \frac{6\sqrt{5} \cdot OP}{2} \Rightarrow OP = \frac{36}{6\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$$

Behelyettesítünk az (1) képletbe kapjuk, hogy

$$VP^2 = 8^2 + \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2 \Rightarrow VP^2 = 64 + \frac{180}{25} = \frac{1600 + 180}{25} = \frac{1780}{25} \Rightarrow VP = \sqrt{\frac{1780}{25}} = \frac{2\sqrt{445}}{5} \text{ (cm)}$$

$$\left(\begin{array}{l} 1780 - \text{at tényezők szorzatára bontjuk: } 1780 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 89 = 2^2 \cdot 445 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{1780} = \sqrt{2^2 \cdot 445} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{445} = 2\sqrt{445} \end{array} \right)$$

MAGYAR NYELV ÉS IRODALOM

Nemes Nagy Ágnes: Tanulni kell

*Tanulni kell. A téli fákat.
Ahogyan talpig zúzmarások.*

*Tanulni kell. A nyári felhőt.
A lobbanásnyi égi-erdőt.*

*Tanulni kell mézet, diót,
jegenyefát és úrhajót,*

*a hétfőt, keddet, pénteket,
a szavakat, mert édesek,*

*tanulni kell magyarul és világot,
tanulni kell mindazt, ami kitérül,*

*ami világít, ami jel:
tanulni kell, szeretni kell.*

Kedves Nyolcadikosok!

Összeállításunk második részében is a szakaszáró vizsgára való felkészülésben szeretnénk segítséget nyújtani. A kiadvány a gimnáziumi tananyag tömör összefoglalása, azokat a tudnivalókat tartalmazza, amelyek a középiskolai tanulmányaitok alapjait képezhetik. Az egyes témákat úgy dolgozzuk fel, hogy az elméleti fogalmak tisztázása mellett azt is vizsgáljuk, hogy az adott jelenségek hogyan működnek a gyakorlatban. Minden fejezet végén gyakorló feladatsort is találtok. Sok sikert kívánunk!

A szerzők

MŰNEMEK ÉS MŰFAJOK

Az irodalmi szövegek világát a sokféleség jellemzi. Ezt mindenki megtapasztalhatta, aki olvasott már verseket, meséket, mondákat, novellákat, regényeket.

Ebben a színes teremtett világban azonban van néhány olyan szempont, amelyek alapján a legváltozatosabb szövegeket is bizonyos csoportokba rendezhetjük.

A lírai műnem és a lírai műfajok

Olvassuk el figyelmesen az alábbi verset!

Kányádi Sándor: Lapulnak a lehullt lombok

*Sem a napot, sem a holdat
nem látjuk már napok óta,
habarcsával a szürkeség
a kék eget bevakolta.*

*Sehol egy tenyérnyi kékség,
bár egy vékony repedésnyi;
nincs a feketerigónak,
nincsen kedve fűtörészni.*

*Csak csetteget ágról ágra,
hírleli: vége az ősznek,
lapulnak a lehullt lombok,
fáradtak, nem kergetőznek.*

*Lombok helyett fönny a fákon
csupa sötét varjú-kár van.
S elkezd a hó hulldogálni,
mint a tavaly ilyentájtban.*

Észrevehetjük, hogy a vers egy őszi végi, tél eleji szürke tájat mutat be. A tájleírások közül felfigyelhetünk a *szürke égre*, a *kedvetlen feketerigóra*, a *fáradtan lapuló lombokra*, a *sötét varjúkeregre* és a *szállongó hóhelyekre*: ez az őszi **komor** és **lehangoló**.

Lehet, hogy mi teljesen másképpen látnánk ugyanezt az őszt, de a mű a **beszélő által átélt valóságot** tárja fel. Észrevehettük azt is, hogy a megszólaló **érzelmei, hangulatai** is felismerhetőek a szövegben: az égbolt *szürke* jelzője az egyhangúságot sugallja, a kedvetlenség nem csak a feketerigó, hanem a vers beszélőjének a lelkiállapota is. A *fáradt lombok* megszemélyesítésben az emberi világ létállapota is benne van; ezt a lehangoltságot erősíti a „*sötét varjú-kár*” szó szerkezet is. Nem hoz enyhülést a hó hely sem, hiszen a hó csak *hulldogál* – a gyakorító igeképző vontatottságot és erőtlenséget közvetít. Ugyanakkor jól érzékelhető a szöveg nagyfokú zeneisége is, amelyet a félrím (*fákon – kár van – hulldogálni – ilyentájtban*), valamint a hangsúlyos ritmus (kétütemű felező nyolcas sorok) is biztosít.

Azt is fontos megemlítenünk, hogy a versben megszólaló hang, a **lírai én** nem feltétlenül azonos a költővel. A költőt, az embert életrajzi adatokból ismerhetjük meg, a vers beszélője viszont mást jelent: azt a szerepet, amelybe a versíráskor behelyezkedik a költő – itt például a lehangoló őszi látványától elkedvetlenedett ember szerepét.

A bemutatott vers kapcsán megismerhettük a három irodalmi műnem közül az egyiket: a **lírai műnem**et.

A **líra** kifejezés görög eredetű, eredetileg pengetős hangszert jelentett. Ez az összefüggés is utal a lírai műnem egyik legalapvetőbb sajátosságára: a rím és a ritmus által megteremtett **zeneiségre**. A lírai műnem ismérvei közé tartozik még a **személyesség** és a **közvetlenség**: a műalkotásban a lírai én a belső világát, érzelmeit, hangulatait, gondolatait tárja fel. Jellemző továbbá a **képgazdagság** is, hiszen a szöveg nyelvi megformáltsága eltér a hétköznapi nyelvhasználattól, szóképek és alakzatok teszik kifejezővé, szemléletessé. Ugyanakkor azt is elmondhatjuk, hogy a lírai művek nagy része **verses** formájú.

A lírai műnembe különböző **lírai műfajok** tartoznak, amelyek sajátos jellemzők alapján különböztethetőek meg. Kányádi verse egy tájat ír le, úgy, hogy megjelennek benne a beszélő érzelmei is. Az ilyen verset nevezzük **leíró költeménynek**.

Más lírai műfajok:

Műfaj	Műfaji sajátosságok	Példa
dal	Az érzelmek kifejezése, az erős zeneiség, az aránylag rövid terjedelem, valamint az egyszerű szerkezet jellemzi.	József Attila: <i>Kertész leszek</i>
költői levél	A beszélő meghatározott személyhez szól, miközben közérdekű témát versel meg, igazodva a levél szerkezeti sajátosságaihoz.	Petőfi Sándor: <i>Arany Jánoshoz</i>
epigramma	Az elnevezés eredetileg sírfeliratot jelentett, innen eredeztethető a műfajra jellemző tömörség. Két részből áll: egy előkészítő részből, amelyre a csattanós befejezés következik. Versformája általában disztichon.	Kölcsey Ferenc: <i>Emléklapra</i>

óda	Emelkedett hangnem, ünnepélyesség jellemzi. Tárgya mindig felemelő, nagyszerű, a benne megjelenő érzelmek mindig magas fokú.	Vörösmarty Mihály: <i>Szózat</i>
himnusz	Az óda rokon műfaja. Eredetileg kérés – könyörgő magatartás jellemezte, a beszélő gyakran az istenségekhez fordult segítségért.	Kölcsey Ferenc: <i>Himnusz</i>

Az epikai műnem és az epikai műfajok

Olvassuk el az alábbi szöveget!

Egy alkalommal bement a székely Vásárhelyre számárháton, s néhány unatkozó diák utánaszegődött.

Egy idő után megragadták az állat farkát, s elkezdtek visszafelé húzni. Az atyafi el nem tudta képzelni, mi bújhatott az amúgy jámbor állatába, míg hátra nem tekintett, s meg nem látta a szórakozó diákokat.

– Ilyen gyenge a maga számára? – bosszantották az ifjak.

– Nem gyenge az! Sőt, nagyon is erős – felelte a székely.

– Mi mégis oda húzzuk, ahová akarjuk!

– Igen, mert mindig az okosabb enged. (Székely anekdota)

(atyafi: székely tájszó; eredetileg testvért, rokont jelentett; tréfás megszólításként él tovább a mesékben, anekdotákban, viccekben; az ugyanahhoz a közösséghez tartozó férfiak jelölésére szolgál)

Az olvasott szöveg egy **epikai** alkotás. Az epika egy másik alapvető irodalmi műnem. Jellemzője, hogy valaki **elmond egy történetet**: ezt a hangot nevezzük **elbeszélőnek**, vagy más szóval **narrátornak**. A szövegből kiderül, **hol** játszódik a történet: *valahol útban Vásárhely felé*. A történet **idejére** is kapunk eligazítást: „Egy alkalommal” – mondja az elbeszélő, valószínűleg azért fogalmaz így, mert ő sem tudja pontosan meghatározni az időt, illetve a történet szempontjából ez nem fontos.

Ezeken kívül a történetben megjelennek valakik: a kifigurázott diákok és a bölcs parasztember. Ők a történet **szereplői**. Beszédükből, viselkedésükből következtethetünk a jellemükre is: a diákok viccelődő, sőt, gonoszkodó suhancok; a székely ember viszont furfangos, hiszen frappáns, találó, tréfás választ ad a diákoknak, így szégyeníti meg őket.

A történetmondás építkezésének van egy **sajátos szerkezete**:

Az **alaphelyzet**ben általában megismerjük a hősöket, a történet színhelyét és idejét:

„Egy alkalommal bement a székely Vásárhelyre számárháton, s néhány unatkozó diák utánaszegődött.”

A **fordulópont**ban megbomlik az alaphelyzet egyensúlya (itt az a mozzanat, amikor az az unatkozó diákok megragadják a számár farkát).

Az **esemény**sor a történet kibontakozása, az epikus mű legterjedelmesebb része. Ebben a szövegben nagyon rövid: a székely atyafi rájön, hogy miben mesterkednek a diákok.

A **tetőpont** a mű legfeszültebb mozzanata, a megoldást készíti elő (A diákok visszafeleselnek a székelynek: „Mi mégis oda húzzuk, ahová akarjuk!”).

A **lezárás**ban megoldódik a fordulópontban megjelenő problémahelyzet (A székely atyafi rendre utasítja a diákokat.).

A bemutatott történet műfaja **anekdota**, amelynek sajátossága egy jellemző helyzet kigúnyolása, a rövid terjedeleme és a csattanós befejezés.

Más epikai műfajok:

Műfaj	Műfaji sajátosságok	Példa
regény	Hosszabb terjedelmű, több epizódból áll össze, szerteágazó cselekményű, nagy számú szereplőt vonultat fel, több helyszínen játszódik, hosszabb időt beszél el, bonyolult tér- és időszerkezet jellemzi.	Molnár Ferenc: <i>A Pál utcai fiúk</i>
novella	Kisebb terjedelmű, a hős életéből csak egyetlen sorsdöntő fordulatot emel ki. Kevesebb szereplőt vonultat fel, az idő és a tér korlátozott.	Tamási Áron: <i>Szikra fia</i>
humoreszk	Rövid terjedelmű humoros történet, jellemzője a helyzet- és/vagy jellemkomikum.	Karinthy Frigyes: <i>A jó tanuló felel</i>

ballada	Összetett műfaj, mind a lírai, mind pedig az epikai és a drámai műnem egyes jellemzői felismerhetőek benne. Verses formájú, legtöbbször tragikus történetet mesél el, szaggatottság, kihagyásos szerkesztésmód s az ebből fakadó balladai homály jellemzi. Uralkodó közlésformája a párbeszéd, a monológ, az elbeszélés is jellemző rá, de hiányzik a leírás.	<i>Kőmíves Kelemenné</i>
---------	---	--------------------------

Hangulat és hatás: a szóképek és az alakzatok

A szépirodalmi művek képszerűségét, szemléletességét, kifejező erejét a **stílusesszközök**: a szóképek és az alakzatok teremtik meg.

1. A szóképek alapja a **jelentésváltozás**, az a jelenség, hogy egy adott szónak egy bizonyos szöveggörnyezetbe kerülve megváltozik eredeti jelentése.

Az alábbi táblázatban a gyakoribb szóképeket foglaljuk össze:

A szókép fajtája	Meghatározása	Példa
egytagú metafora	Két fogalom azonosítása tartalmi vagy hangulati hasonlóság (ok) alapján.	„Gyere ki, galambom , gyere ki, gerlicém! ” (Petőfi Sándor)
kéttagú metafora		„Pajkos gyermek a sors ” (Arany János)
megszemélyesítés	Élettelen dolgok, elvont fogalmak, növények, állatok emberként viselkednek, emberi tulajdonságokkal felruházva jelennek meg.	„Aranypénzét a megrohant, riadó bükk jajgatva szórja ” (Áprily Lajos)
metonímia	Két fogalom nevének felcserélése a térbeli, időbeli, ok-okozati, anyagbeli érintkezés alapján.	„S csendes a ház , ah de nincs nyugalma ” (Vörösmarty Mihály)
szinesztézia	Különbéféle érzékszervi benyomások összekapcsolása egy képben.	„a pusztság fekete sóhaja lebben” (József Attila)
hasonlat	Két dolog összekapcsolása a <i>mint, akár</i> kötésszókkal vagy a <i>-ként</i> raggal tartalmi vagy hangulati hasonlóság alapján.	„Szívós leszek, mint fán a kéreg ” (Radnóti Miklós)

2. Az alakzatok a mondanivaló **hatását** fokozzák. Gyakoribb fajtái:

Az alakzat fajtája	Szövegbeli szerepe	Példa
költői kérdés	Olyan párbeszédhelyzetet teremt, amelyben a megszólaló és az olvasó együtt gondolkodik. A kérdésre a válasz vagy teljesen nyilvánvaló, vagy nem lehet rá válaszolni.	„ miért a dombok és miért a lombok/s a tenger, melybe nem vet magvető? ” (Babits Mihály)
felkiáltás	Valamilyen érzést, indulatot (meglepetést, csalódást, rettegést, örömet, elragadtatást stb.) fejez ki.	„ Esküszünk, hogy rabok tovább nem leszünk! ” (Petőfi Sándor)
ismétlés	Fokozza a hanghatásokat, élénkíti a ritmust; kiemel, nyomatékosít egy fontos gondolatot.	„(Őszi éjjel) izzik a galagonya, izzik a galagonya, ruhája. ” (Weöres Sándor)
gondolatrítmus	Az ismétlés egyik változata (szerepe is ugyanaz): ugyanannak a gondolatnak más szavakkal történő megismétlése.	„ Bú szállott a fejemre, Bánat a szívemre. ” (népdal)
halmozás	Az ismétlés egy másik sajátos változata: a halmozott fogalmak jelentése hasonló, közeli, közös valóságdarabra vonatkozik.	„ Tanulj dalt a zengő zivatartól, Mint nyög, ordít, jajgat, sír és bömböl... ” (Vörösmarty Mihály)

fokozás	Az érzelmi/gondolati intenzitás erősödésének kifejezőeszköze.	„– Gyere be, gyere be, gyönyörű kis madár! /Csináltattam neked aranyból kalickát, /Aranyból kalickát, ezüstből ajtaját, / Ezüstből ajtaját, gyémántbul vállujját. ” (népdalrészlet)
párhuzam	Bizonyos érzelmek/gondolatok megvilágítására szolgál: egyforma felépítésű mondatok vagy szókapcsolatok kerülnek egymás mellé, így érthetőbbé/átélhetőbbé válik a kifejezendő tartalom.	„ Zavaros a Tisza, nincs tisztogatója, / Szomorú a szívem, nincs vigasztalója.” (népdal)
ellentét	Az egymással ellentétes jelentésű szavak /szószervezetek /mondatok egymás mellé rendelése különleges feszültséget teremt.	„ Áldjon vagy verjen sors keze, itt élned, halnod kell. ” (Vörösmarty)

FELADATOK

1. Állapítsd meg, hogy a következő szövegben milyen eszközök teremtik meg a zeneiséget!

„Bodzavirágból, bodzavirágból
hullik a, hullik a sárga virágpör.
Fönt meg a felhők szállnak az égen,
bodzafehéren, bodzafehéren.”

(Nemes Nagy Ágnes: *Tavaszi felhők* - részlet)

2. Értelmezd a szövegösszefüggésben az alábbi szövegek kiemelt részeit!

a.

„Az alkonyat, a merengő festő fest:

Violára a lemenő felhőket

S a szürke fákra **vérző aranyat ken,**

Majd minden színét a Tiszának adja,

Ragyog, ragyog a **búbánat iszapja.** (...)”

(Juhász Gyula: *Magyar táj, magyar ecsettel* – részlet)

b.

„A csend szól, mintha hegedűhang hullna,

Hegedül a csend, hűs arany a húrja,

Hallgatja a szív, elalszik a búja,

Álmodik a szív, s az álmod nem unja.”

(Tóth Árpád: *Be szép az ég...* – részlet)

3. Olvasd el az alábbi szöveget, majd válaszolj a kérdésekre/oldd meg a feladatokat!

Máthé Angi: Volt egyszer egy ösvény

Vékony, mint egy pántlika, körbekötötte a dombot, a nagy zöld csomagot.

Nem lehetett tudni az ösvényről, fölfele ring-e kacskán, vagy lefele bomló: ha a domb aljában álltál, azt hihetted, fölfele megy, ha a tetejéről néztél szét, azt, hogy lefele.

Bármit lehetett hinni erről az ösvényről, mi olyan volt, mint csomagon a pántlika. Ha rajta bóklásztál, s jól hallgatóztál közben, hallatszott, ahogy apró kövei alól sopánkodik, vagy, hogy toppant lábacskaival duzzogva:

– Én nem akarok ilyen pántlika-ösvény lenni: körbekötő, vékony, csenevész, senkiházi. Hatalmas, háttas-hasas, nagyság akarok lenni. Széles út, melyen sokan elférnek, egymás mellett, karonfogva sétálva. Elférjen rajtam babakocsi, roller, kiskutya, leejtett papírforgó.

Ám mindhiába sopánkodott, vágyta a nagyságot, pántlika volt, vékony volt, ösvény volt, melyen épp csak fél lábom ugrálva följuthattál a zöld domb búbjára.

Egy reggelen a jött napnak dörzsölnie kellett dunyhás szemeit, pöcögni bedugult fülein, mert csodát látott, csodát hallott: egy hangyacsalád cihelődött fölfele, hangoskodva a pántlika-ösvényen.

– Menjünk, gyerekek, föl a domb búbjára, ezen a haatalmaaas, háttas-hasason, sokan elférünk egymás mellett, karonfogva sétálhatunk – mutatott az ösvényre hangyaapa, s gurult babakocsi, cikázott roller, elfért minden. Gurult egyik széltől a másikig a leejtett papírforgó, sőt, a nagy morzsa is elfért, mit eddig cipeltek a hangyák, majd úgy döntöttek, hogy a domb lábánál, a hatalmas út kellős közepén hagyják.

– Nem hiszek a fülemnek – pislogott a pántlikaösvény. – Hatalmas út vagyok, hasas-hátas nagyság – ismételte többször is, majd fickándozni kezdett. Örült és fickándozott, hogy csak úgy repültek róla a hangyák, az egész pereputty, család, kocsi, roller, kiskutya, leejtett papírforgó, mind a levegőben kapálóztak, óbégatva.

Aztán nyekkentek, visszapotyogva az ösvényre.

Arra az ösvényre, amely egy kicsit vékony, pántlika volt, de hatalmas hátas-hasas is volt ugyanakkor.

- a) Hol és hogyan történik utalás az események idejére?
- b) Kik a szereplők?
- c) Tömörítsd a történetet 3- 4 mondatba!
- d) Másold le azokat a mondatokat, amelyek megfelelnek az alábbi szerkezeti részeknek:
 - A. alaphelyzet:
 - B. fordulópont:
 - C. tetőpont:
- e) **Értelmezd a zárómondatot:** „Arra az ösvényre, amely egy kicsit vékony, pántlika volt, de hatalmas hátas-hasas is volt ugyanakkor.”!

A VERSHANGULAT ÉS A HANGNEMEK

Olvassuk el az alábbi verset, figyeljünk a szöveg hangulatára!

Radnóti Miklós: *Éjszaka*

*Alszik a szív és alszik a szívben az aggodalom,
alszik a pókháló közelében a légy a falon;
csönd van a házban, az éber egér se kapargál,
alszik a kert, a faág, a fatörzsben a harkály,
kasban a méh, rózsában a rózsabogár,
alszik a pergő búzaszemekben a nyár,
alszik a holdban a láng, hideg érem az égen;
fölkel az ősz és lopni lopakszik az éjben.*

A költemény címe a mű témájára, az éjszakára utal, a szöveg ennek a napszaknak a kétarcúságát tárja az olvasó elé. Éjszaka teljes csend, mozdulatlanság uralkodik a világban, és minden nyugovóra tér. Azonban tele van ellentmondásokkal, mert a nyugalom, de ugyanakkor a szorongás, a felriadás ideje is lehet.

Az indítás feltűnő stíluseleme az ismétlés. A hatszor megjelenő „*alszik*” állítmány a vers kulcsmotívuma, amely különböző dolgok, jelenségek mellé rendelődik. Az ige ismétlése az éjszakai csendet, mozdulatlanságot, változatlanságot sugallja. A hangulat **békés és nyugodt**, semmi nem zavarja a pihenés rendjét.

Az „*alszik a holdban a láng, hideg érem az égen*” sorral azonban megváltozik valami. A verssor a hold látványát jeleníti meg, első fele megszemélyesítés: *a láng alszik* – ez a kép az életteleniséget, az értékek pusztulását sugallja; hasonló hangulatot közvetít a metafora is: a *hideg éremmel* azonosított *hold* félelmet, kiszolgáltatottságot fejez ki. A hangulat **feszültté, nyugtalanítóvá** válik, az értékek **tragikus** pusztulását közvetíti. Ennek a felismerésnek a tükrében a pókháló közelében alvó légy a kiszolgáltatottság jelképévé válik, s a teljes csend is sokkal inkább nyugtalanító, mintsem pihentető.

A fentiekben azt láthattuk, hogy az irodalmi szövegek bizonyos **hangulatokat** teremtenek, valamilyen **hatást** váltanak ki a befogadóból. A vershangulat általában egységes, de gyakran előfordul, hogy különböző hangnemek változtatják egymást.

A tárgyilagos hangnem

Figyeljük meg, hogyan jelenik meg a hős az alábbi leírásban!

„*Kis János amolyan láthatatlan ember volt, akit senki sem lát meg. Így élte le az egész életét, sohase volt egy percig sem érdekes ember. Se nem erős, se nem gyenge, nem kicsi, nem nagy; nem sánta, nem begyes; mi lett volna, ami feltűnt volna rajta. Olyan volt, mint egy ember; két szeme volt, meg egy orra. Bajusza is volt. És sohasem jutott eszébe semmi. Ha reggel volt, felkelt, este lefeküdt; mikor eljött az ideje, megházasodott. Akkor lakott utoljára jól, beteg is lett tőle. Katona nem volt, a faluból tízszer se volt kinn, akkor is csak a vásáron.*” (Móricz Zsigmond: *Tragédia* – részlet)

A bemutatásban egy teljesen átlagos embert, Kis Jánost ismerhettük meg. Feltűnhetett, hogy az elbeszélő bizonyos kimértséggel, távolságtartással viszonyul hőséhez: semmi személyeset, semmi rendkívülit nem árul el, szinte kizárólag csak **tényeket** közöl róla: „*két szeme volt, meg egy orra. Bajusza is volt.*” Ez a fajta láttatás, a dolgoknak a **valóságnak megfelelően, érzelmi állásfoglalás, elfogultság nélkül** való ábrázolása a tárgyilagos.

A személyes hangnem

Figyeljük meg, hogyan viszonyul az elbeszélő a hőséhez!

„Az ajtó kinyílt, és a lány belépett. Üde légáramlat surrant be vele, mely szelíden meglegyintette az arcokat, s megcsiklandozá a szempillákat: a vastag ködön át mintha egy sugár is lopózott volna az ablakhoz, és ott táncolna a jégvirágok között, megsokszorozva magát a tárgyalási terem falain és bútorzatán.

Takaros egy teremtés. Délceg, arányos termet, melyre a kis virágos ködmönke olyan módosan simult, mintha szoborra lenne öntve; fekete szemei szendén lesütve, magas, domború homloka elborulva, megjelenésében báj, mozdulataiban kecs, szoknyája suhogásában varázs.” (Mikszáth Kálmán: *Bede Anna tartozása* – részlet)

Első olvasásra is feltűnhetett, hogy az elbeszélő **rokonszenvez** az általa bemutatott hőssel. Az első bekezdésben még nincsen szó a lány külső megjelenéséről, de az a pozitív változás, amelyet megjelenése okoz a tárgyalóteremben, már sejteti, hogy egy kedves, vonzó teremtésről lesz szó: Anna belépését „üde légáramlat” kíséri, „mintha egy sugár is lopózott volna az ablakhoz”, amely szinte táncol „a jégvirágok között”.

A lány külsejének megjelenítésében az elbeszélő figyelme nemcsak a testtartásra és az arcra korlátozódik, hanem ruházatára, mozdulatainak leírására is. A részletgazdag megfigyelésben nagy szerepet kap a hasonlat („a kis virágos ködmönke olyan módosan simult, mintha szoborra lenne öntve”) és a felsorolás, amely során az elbeszélő a lány vonzó tulajdonságait hangsúlyozza.

A megjelenítésnek az a módja, amelynek során az elbeszélő **véleményt** is formál a látottakkal kapcsolatban, a személyes.

Az ünnepélyes hangnem

Olvassuk el az alábbi szöveget!

„Én nemsokára megtérek atyáimhoz, itt hagyom fiaimnak, mit őseim rám hagytak. De házam az eszmék vára marad. Nemesdomb nem esik ki a történelemből. Központja, tűzhelye, napja lesz ez a bolygó elvnek. Ön itt marad utánam. (...) Most nincs idő az ön sírására. Én sietek. Utam van. Úgy kell lenni, ahogy mondtam. Ön fiatal még; nincs negyvenéves. Ön szép, és örökké az marad. Huszonnégy év előtt, mikor nőül vettem önt, sem láttam önt szebbnek, mint most. Hollófekete haja, ragyogó szemei voltak - most is azok. Szelíd és szemérmes volt ön; most sem szűnt meg az lenni. Én nagyon szerettem önt. Hiszen tudja azt jól. Az első évben született legidősb fiam, Ödön, a másodikban második fiam, Richárd, a harmadikban a legifjabb, Jenő. (...) Csak a jövődönék éltem. Egy oly jövődönék, mely nem egyéb, mint a múlt örökkévalósága.

Ebben neveltem mind a három fiamat. Ebben fogyasztottam el életerőmet. Ebben örökítettem meg nevemet. E néven a jelenkor átka fekszik, de a jövődöné áldása ragyog. E névért szenvedett ön oly sokat, Marie.” (Jókai Mór: *A kőszívű ember fiai* – részlet)

Még aki nem olvasta a regényt, az is észreveheti, hogy a megjelenített pillanat egy **kivételes, rendkívüli** alkalom: a szövegben megszólaló haldokló („Én nemsokára megtérek atyáimhoz...”) végrendelezik („Úgy kell lenni, ahogy mondtam.”), a földi lét búcsúztatásakor pedig számbaveszi eddigi legfontosabb életeseményeit, de egyúttal a jövőbe is tekint („házam az eszmék vára marad”). A haldokló gondolatai **komolyságot, méltóságot** közvetítenek, érvelése **érzelmileg megragadó, szenvedélyes**, szavainak hatására hallgatója könnyekkel küszködik.

Ez a hangnem, amely **emelkedettsége** által heves **érzelmi reakciókat** vált ki a befogadóból, az ünnepélyes.

A humoros hangnem

Olvassuk el az alábbi szöveget, ítéljük meg a megjelenített helyzet komolyságát!

„A hangya élettartama eddig még ismeretlen. Egy igen kiváló természettudós egyszer meg akarta állapítani, s e célból figyelni kezdett egy fűszál árnyékában fekvő hangyát. Két évig figyelte, de akkor megunt a további figyelést, és megfigyelésének eredményéről írt egy hetven íves munkát, amelyben kimutatta, hogy a hangya legalább két évig okvetlenül él. Később azonban egy másik, még kiválóbb természettudós kimutatta, hogy az első számú kiváló tudós megfigyelése értéktelen, mert hitelesen megállapította, hogy az általa megfigyelt hangya már a megfigyelés első pillanatában döglött volt.” (Nagy Lajos: *Képtelen természetrajz* – részlet)

Észrevehettük, hogy a beszélő egy **komolytalan tárgyat** ad elő a komolyság látszatát keltve. A megjelenített helyzet nevetésre készítet, hiszen a látszat és a valóság, illetve a szándék és a megvalósulás között **mulatságos ellentét** van (**helyzetkomikum**): az „igen kiváló” természettudós egy döglött hangyát figyel két évig, majd megfigyeléseiről egy terjedelmes munkát ír. A „tanulmány” szakmai vitát gerjeszt, egy másik, „még kiválóbb természettudós” kimutatja, hogy kollégája elpazarolt az életéből két évet, munkája teljesen fölösleges volt. Ez a megállapítás az olvasóra a váratlanság erejével hat, az ilyen meglepetésszerű, hirtelen fordulatot nevezünk **csattanónak**. A humoros hatás részben az előadásmód komolysága és a **téma kicsinyessége** közötti ellentmondásból fakad, részben pedig a pórul járt tudós leleplezéséből, **nevetségessé tételéből**.

A **jellemkomikum** hatásának forrása az, hogy a szélsőséges tulajdonságok rendszerint ütköznek a környezet megszokott rendjével. Gyakran az írói stílus fokozza nagymértékben a komikus hatást (**nyelvi humor**).

A satirikus hangnem

Olvassuk el az alábbi verset, majd figyeljük meg, hogyan viszonyul a vers beszélője a fősvény emberhez!

„Esmérek én egy vént. - Ki az: - Neve nincsen:
Régen eladta már aztat is a kincsen;
Sőt míg bírt is véle, magában tartotta,
Mert mondani másnak ingyen sajnállotta.
Hol lakik? - Ott látszik, ama kapu megett,
Egy ház, melyet náddal önnönmaga szegett.

Van két palotája a Piac-utcába,
De azt a rácoknak adta árendába*;
Maga e kunyhóba éhezvén kucorog,
S elméjébe mindég a drágaság forog.
Űl pénzes ládáján sovány ábrázattal,
Tisztelvén a Mammont** örök áldozattal.”

(Csokonai Vitéz Mihály: Zsugori uram – részlet)

*árendába ad: bérbe ad

**Mammon: a pénz istene

A megjelenített hős **nevetséges** figura: a humor forrása az, hogy Zsugori uram annyira fősvény, hogy még a nevét is eladta jó pénzért. Több palotája is van, de ő maga pénzes ládáján üldögélve egy kunyhóban éhezik. Érzékelhetjük azonban, hogy a **humoros hatás** kiváltása mellett a vers beszélőjének egyéb szándékai is vannak. Nem egyszerűen csak teremt egy komikus figurát, hanem egyúttal mélységesen **elítéli** a helyzetet. Így a hangnem **csúfolkodó** lesz, amely által a beszélő **elutasítja** a fősvénységet.

A satirikus az a hangnem, amelyben a megszólaló **tréfásnak tűnő** hangja mögött maró **gúny** húzódik meg.

A tragikum megjelenítése

Olvassuk el az alábbi szöveget, figyeljünk fel a történetből kiolvasható veszteségekre!

„– Az okatlan állat nem hagyja el bornyát.
Istenem, Istenem, én édes Istenem,
Hát én lelkes lévén, hogy hagyám gyermekem?!” (...)
S hini kezdé szépen hajadon kis lányát.
„–Bizony nem megyek én, mert nem voltál anya,
Ha az lettél volna, itt nem hagytál volna.” -
Hogy ezt így hallotta, ilyenképpen síra:
„–Immár olyan vagyok, mint út mellett a fa;
Aki ott elmegyen, ágaimot rontja,
Ágaimot rontja s a sárba tapodja.”
(Budai Ilona – népballada, részlet)

Az idézett részletben az első hang a saját kislányát elhagyó anyáé, akinek lelkiismeret-furdalása támad, ezért visszatér elhagyott gyermekéhez, és magához hívja. Ő azonban nem megy vele. Ez a visszautasítás készteti az anyát fájdalmas monológja megfogalmazására, amelyben egy megtépázott, sárba taposott almafához hasonlítja magát.

A megjelenített **veszteségek** hatalmasak: a hűtlen anya nemcsak gyermekét, hanem nyugalját, a méltóságos élethez való jogát is elveszíti. Tette **visszafordíthatatlan**, esélye sincs a változtatásra, hiszen örökre eljátszotta gyermeke szeretetét és bizalmát.

A tragikus valamilyen **pótolhatatlan érték végleges elvesztése**.

FELADATOK

1. Állapítsd meg, hogy milyen eszközökkel teremt meg a lírai én az ünnepélyességet!

Juhász Gyula: Szavak

Szavak, csodálatos szavak,
Békítenek, lázítanak.

Világokat jelentenek.
Meggaltál, ha már nincsenek.

Eldöntenek egy életet.
Följárnak, mint a kísértetek.

Dalolnak és dadognak ők.
Gügyögnek, mint a szeretők.

Szárnyalnak, mint a gondolat.
Görnyedve hordnak gondokat.

Ölnek és feltámasztanak.
Szavak, csodálatos szavak.

2. Stílusgyakorlatok: írd meg ugyanazt a témát különböző hangnemekben!

a. beszámoló a szülőknek a matekdolgozatra kapott rossz jegyről – először tárgyilagos, majd humoros hangnemben

b. bemutatkozás az új osztálytársadnak – először tárgyilagos, majd személyes hangnemben

AZ IRODALMI HŐS: SZEREPEK, JELLEMEK, VISZONYOK

Olvassuk el a következő novellát! A történeten túl figyeljünk a hősök viselkedésére is!

Vámos Miklós: *Rajzlap*

A rajzlap fehér volt, téglalap alakú és jó papírszagú. Húsz fillérbe került; úgynevezett feles rajzlap. Lehetett negyedes rajzlapot is kapni a trafikban, tíz fillérért, feleakkorát. A trafik az iskolával éppen szemben. Károlyka megvette magának a feles rajzlapot, nagyot köszönt, aztán jött kifelé a boltból. Utolérte a többieket. Jobb kezében fogta a rajzlapot, még nem volt ideje elrakni a hóna alatt levő rajztáblatokba. Bal kezében vitte iskolatáskáját. Egészen új, csillogó-villogó, szép fekete, nagyszerű táska. Tegnap kapta. Féltette, éppen ezért vitte külön kézben. (Máskor a rajztáblát és a táskát egy kézben fogta, most azonban nem akarta, hogy összeérjenek.)

Hirtelen mintha megszázsorozódott volna a súlya, rándult a karja, elejtette a táskát. Hátranézett, mögötte Bors állt és vigyorgott. Bors lerúgta a táskáját. A lerúgás abból állt, hogy az áldozat mögé lopódzva hirtelen rálépünk annak táskájára, közvetlenül a fogantyú mögött, mire az illető leejti. Ennyi az egész. A dolog igen dühítő, mert váratlanul éri az embert, s hátranézve a kiszolgáltatottság érzését kelti.

De ebben az esetben (figyelembe véve a fekete táska állagát) még sokkal nagyobb volt a méreg. Károlyka paprikavörös arccal emelte föl a táskát.

– Kaphatsz egy pofont! – hadarta.

– Tőled? – kérdezte gúnyosan, és felpöckölte Károlyka állát.

A verekedés rövid volt. Károlyka az első erősebb ütés után elbátortalanodott. Bors belekapott az orrába, és a kezét is megkarmolta. Az új rajzlap összegyűrődött, el kellett dobni. Károlyka sírva fakadt.

Bors ekkor már nem volt jelen. (Bement a szemben levő ház kapuján. Ott lakott.)

– Bög! – B. János Károlykára mutatott. A többiek is elhúzták a szájukat. Károlyka szipogott(...).

– A rajzlapot is összegyűrte! Tiszta új rajzlap volt!

Most már a többiek is sajnálták.

– Ne sírj, majd veszel másikat – vigasztalta B. János.

– Igen, de ezt most vettem – hüppögte Károlyka. (...) – És ez egy feles rajzlap volt. Úgyis olyan kevés zsebpénzem van, mikor telik nekem újra egy feles rajzlapra? Egy hé... egy hónapban egyszer, ha tudok venni magamnak egyet. Nem lopom én a pénzt! – vágta oda önérzetesen.

A hatás tökéletes volt. Szőke Kálmán elővette a zsebkendőjét, és a kezébe nyomta, mivel Károlyka a sajátját már telesírta. Károlyka Kálmán zsebkendőjét is pillanatok alatt elintézte, és köszönő mozdulattal visszaadta. Szőke Kálmán kicsavarta, majd kitörülte a saját szeméből az ott időközben megjelent részvétlönnyeket. B. János pedig elővett egy rajzlapot, és átnyújtotta Károlykának. Károlyka fejében megfordult a gondolat, hogy neki otthon van még rajzlapja, és hogy B. Jánosnak talán nincsen több, de aztán átvette.

– Egyébként is csak negyedes – gondolta.

Ezután búcsút intett társainak (akik zavarukban hazakísérték).

A történet

Az elbeszélő szöveg **tömörítések**kor csak a történet alakulása szempontjából **lényeges** mozzanatokra térünk ki. A fenti történet egy sajnálatos, de amúgy hétköznapi iskolai eseményt mutat be: *Károlyka megveszi a húszfilléres rajzlapot, a kezében viszi, nem teszi bele a féltett új iskolatáskájába. Hirtelen megjelenik Bors, aki lerúgja Károlyka táskáját. Ő megpróbál ellenkezni, de esélye sincs támadójával szemben, aki belekap az orrába, és megkarmolja a kezét. A rajzlap összegyűrődik, a fiú sírva fakad. A többiek: B. János és Szőke Kálmán megsajnálják Károlykát, Kálmán odaadja neki a zsebkendőjét, B. János pedig neki ajándékozza a saját rajzlapját, s ezt el is fogadja tőle, holott tudja, hogy nincs is szüksége rá, és azt is sejtí, hogy társának ez volt az utolsó rajzlapja. Azzal vigasztalja magát, hogy a rajzlap nem nagy értékű, csak tíz fillérbe kerül.*

Szereplők – a szereplők típusai

A történetben végig jelen van Károlyka, de mellette megjelenik Bors, B. János és Szőke Kálmán is, valamint más, névtelen diákok.

Az olyan szereplőt, aki az események nagy részében jelen van, akiről szól a történet, **főhősnek** nevezzük. A **mellékszereplők** azok a szereplők, akik nincsenek végig jelen, csak a történet bizonyos mozzanataiban lépnek színre. Az **epizódsszereplő** még ennél is kisebb térhez jut: csupán egyetlen jelenetben szerepel.

A hősök közötti viszonyok

A novella hősei között bizonyos viszonyok, kapcsolatok alakulnak ki. Ezek változhatnak az elbeszélés során, hiszen a történet további alakulása alapvetően befolyásolja a szereplők közötti kapcsolatok működését. Ebben a novellában a **konfliktus** az első rúgással jelenik meg: „*Hirtelen mintha megszázsorozódott volna a súlya, rándult a karja,*

elejtette a táskát. Hátranézett, mögötte Bors állt és vigyorgott. Bors lerúgta a táskáját.” Ez az a pont, amikor Károlyka és Bors szembenálló felekké válnak, az ellentét a verekedéssel csak tovább mélyül. A novella nem oldja fel ezt a feszültséget, hiszen Bors egyszerűen kisétál a történetből. Az egymással összefogó, rokonszenvező hősök Károlyka és barátai, B. János és Szőke Kálmán. Ők azok, akik fokozatosan állnak át a főhős oldalára: kezdetben nem érznek együtt a szípigó hőssel („elhúzták a szájukat”), azonban az összegyűrt rajzlap által Károlyka elnyeri a többiek részvétét („sajnálják”, „vigasztalta B. János”).

Jellemábrázolás

A történetben a hős cselekszik és megszólal, mások: az elbeszélő és a többi szereplő is kifejezi véleményét róla – ezáltal feltárul az olvasó előtt, hogy milyen is a hős valójában. Az elbeszélő kívülről láttatja az eseményeket, de narrációjában mindegyre „elszólja” magát, véleményt nyilvánít a hőssel kapcsolatban.

Ezt az eljárást – a hős megalkotását, megjelenítését – jellemábrázolásnak nevezzük.

Jellemteremtési eljárások az epikai alkotásokban

1. Közvetlen elbeszélői jellemzés

Bár a **közvetlen elbeszélői jellemzés** a hősteremtés egyik leggyakoribb eljárása, ebben a novellában az elbeszélő nem érzi fontosnak, hogy a hősök külső megjelenéséről beszéljen, így nem tudjuk meg, hogy például a főhős milyen ruhát visel, hogy néz ki stb. Az áldozat jellegzetes típusát Vámos egy másik novellájában, *A pofon* címűben viszont részletesen írja le. Ez a mű is hasonló témájú, egy verekedésről, a Kisfiú és a Nagyfiú közötti konfliktusról szól. Az alábbi részletek a hősök közvetlen bemutatását példázzák. A Kisfiú vézna, erőtlén, vele szemben áll a Nagyfiú, akinek félelmetes a megjelenése: „A Nagyfiú még egyszer végigmérte a Kisfiút, **vékony lábaira, keskeny vállára siklott a szeme.** (...) Ez a Nagyfiú igen **rossz tanuló** (kétszer is megbukott), és nagyon **verekezős**. Egyébként is van benne valami **ijesztő** – a fogai összevissza állnak, az arca folyton vörös. Ezenkívül az orra alatt hosszú forradás húzódik, és ott nem nő (az egyébként kunkorodó szőkecsőrös) bajusz. A fején svájcisapka, lehúzva egészen a bal füléig. Szája sarkában cigarettá, néha kivesszi onnan, és a helyén kifújja a füstöt.”

A **közvetlen elbeszélői jellemzésben az elbeszélő bemutatja hősét, megnevezi tulajdonságait.** A *Rajzlap* című novellában árulkodó lehet a **hősök elnevezése**: a főhős neve végig kicsinyítő képzővel jelenik meg. Az elbeszélő ezzel a gesztussal jelzi, hogy hőse kicsi, gyenge. Bors neve sem lehet véletlen: a csípős, erős fűszer a fiú testi erejére utal. B. János és Szőke Kálmán nevének esetében a komolyságot érezzük: hivatalos iratokban szokták az embereket teljes nevükön emlegetni. Ezek a hősök pedig megfelelnek ennek az elvárásnak: ők a helyzethez méltóan komolyan, már-már felnőttesen viselkednek.

2. Közvetett elbeszélői jellemzés

a) A hős környezete

Károlyka egy drágább rajzlappal és egy csillogó-villogó vadonatúj táskával jelenik meg. Ezekből sejtethetjük, hogy a családja egyáltalán nem szűkölködik – ezért is hat annyira meglepően a történet zárata.

Az elbeszélő tehát a hős környezetével, az általa birtokolt tárgyakkal jelzi a hős bizonyos tulajdonságait.

b) A hősök beszéde

Ebben a történetben a hősök aránylag keveset beszélnek, de megszólalásuk roppant árulkodó. Károlyka megfenyegeti ugyan a nála sokkal erősebb „ellenfelét”, de paprikavörös arca és hadaró beszéde miatt ezt nem lehet komolyan venni. Erre Bors is rájön, hiszen félvállról veszi, sőt, gúnyosan reagál le a védekezést. A történet végén a főhős több szót kap. Itt, a történetnek ezen a pontján igyekszik mindenáron elnyerni társai részvétét, célja az, hogy minél jobban megsajnálják. Több kijelentését is fontoskodónak, hatásvadásznak érezzük. Szavaiból, beszédmódjából kiderül, hogy a gyenge kisfiú tulajdonképpen ravaszkodik, igyekszik a maga javára fordítani vereségét. Látható, hogy a **hős beszéde is megmutatja jellemét.**

c) A hős cselekedetei

Bors és Károlyka jelenete árulkodik az előbbi jelleméről is. Bors először csak áll és vigyorog, aztán rúg. A rúgás után, mielőtt megveri, még meg is alázza a kisebbet. Mindebből az erőszakos, a gonoszkodó, a saját hatalmát gyakorló ember típusára következtethetünk.

A hős viselkedése, cselekedetei feltárják belső világát.

d) A hős a többi szereplő szemével

A történetben a hős jellemére sokszor a többi szereplő elmondásaiból vagy reakcióiból is következtethetünk. B. János és Szőke Kálmán szavaiból és gesztusaiból az derül ki, hogy ők is, akárcsak a névtelen többi fiú, fokozatosan váltanak a Bors kegyetlenkedésének csodálatáról Károlyka sajnálatára. A zárójeles elbeszélői reflexió („*zavarukban*”) utal arra is, hogy a többiek meglepődnek a fiú könnyein, ők maguk nem látják át a hős kétszínűségét, csak sejtik, hogy barátjuk becsapta őket. **A hős jellemére lehet következtetni a többi szereplő elmondásaiból vagy reakcióiból is.**

Az olvasó értékítélete

A befogadás során önkéntelenül is működésbe lép az olvasói viszonyulás a bemutatott hősökhöz, ezért beszélhetünk vonzó jellemekről, nagyszerű hősökről, akik elnyerik az olvasó rokonszenvét; vagy ellenkezőleg, olyan hősökről, akikkel nem tudunk azonosulni, akiknek a viselkedését elutasítjuk. Károlykát kezdetben udvarias kisfiúnak ismerjük meg, akit sajnálunk az eset miatt. A folytatásban ez a rokonszenv azonban fokozatosan átalakul: a hősről kiderül, hogy önző, színjátékot játszik azért, hogy hasznot húzhasson belőle. Először csak a társai együttérzését, majd később B. János rajzlapját is megszerzi. Ez a történet is példázta, hogy **az olvasói viszonyulás változhat a történet alakulása során.**

FELADATOK

1. Milyennek képezed a következő szereplőket, akikről csupán egymondatnyi információt olvashatsz? Írj róluk rövid jellemzést! Fogalmazásodban jelenjen meg mind a közvetlen, mind a közvetett elbeszélői jellemzés!

a). Izgága, vékony kis emberke volt, kopott barna kabátot viselt télen-nyáron.

b). Szigorú szemöldöke alatt könnyörtelen tekintettel nézett a világba.

2. Kosztolányi tollrajzokban örökítette meg hozzátartozóit. A következő írásában apai nagyanyja alakját idézi fel, eleven emlékképet rajzolva róla.

„Édesapám anyja, az ezüst hajú nagyanya szikár, törekeny és tiszta. Amikor kedves könyvemet olvasgattam, Andersent, rá kellett gondolnom: 'A nagyanya nagyon öreg, arca redős, haja egészen ősz, de szeme olyan, mint a két csillag.' Az ő szeme is csillag volt. Két óriási, fekete csillag.

Ha nézegettem sárga, aszott arcát, melyen gyűrűsen futottak egymásba a ráncok (...), a szájalom facsarta el a szívem. (...) Egész életében (...) itta és ette az orvosságokat, a különféle keserű cseppeket és labdacsokat. Amikor görcsök fojtogatták, maga köré gyűjtött bennünket, ünnepélyesen elbúcsúzkodott tőlünk, hogy többé már nem látjuk. (...) Másnap, mintha mi sem történt volna, már fönn járt, kaktuszait és petúniáit kezelte a kertben, pörölt a cselédekkel, ide-oda perdült (...) Fürge volt, szívós, horgas eszű és sasszemű. (...)

Gyermekkoromban sok gyönyörű szót hallottam tőle, melyet később csak a népmesékben és régi könyvekben láttam viszont...” (Kosztolányi Dezső: *Ezüst hajú, szikár nagyanyám* – részlet)

Ennek a 'mintájára' mutasd be az egyik nagyszülődet vagy más rokonodat! Követheted az alábbi gondolatmenetet:

- a legfontosabb általános benyomás, az alakrajz
- egy olvasmányod felidézése, amely eszedbe juttatja őt
- azoknak a külső tulajdonságoknak a részletezése, amelyek valamilyen érzelmet ébresztenek benned
- jellemző tevékenységének/tevékenységeinek, szokásainak leírása
- az általad leginkább becsült, szeretett jellemvonások
- a köztetek levő viszony

Megjegyzés: Ha a feladatod a szereplők közötti viszonyok értékelése, lehetőleg ne szorítkozz ilyen megfogalmazásokra: *A szereplők közötti viszony jó/rossz.* Mint láthattátok a bemutatott Vámos-novella kapcsán is, ez sokkal bonyolultabb annál, semmint el lehessen intézni egy-egy ilyen semmitmondó mondattal.

A NYELV MŰKÖDÉSE. A NYELVI SZINTEK

Figyeljük meg a következő két mondatot!

- A. *Egy nyelvcsalád közös őseit ősnyelvnek, alapnyelvnek nevezzük. Magyarországon őshonos a rákosi vipera. Madách Imre egyetemes érvényű drámai alkotása Az ember tragédiája. 1973. április 3-án a Motorola mérnöke indította az első hívást a mobilnak nevezett telefonról.*
- B. *„A Kincskereső kisködmön Móra gyermekek számára írt művészi önéletrajza. Fény-árnyék váltakozása, világosság harca a sötéttel, látszólagos idillek, a mélyükön meghúzódó tragédiákkal. Móra varázsos művének témája végső soron az emberi élet. Hősies küzdelem ez a lét: naponként megújuló harc a szegénység és annak talaján fakadó szomorúság ellen.*
Az immár klasszikussá vált történet gyermekhőse a kis Gergő, akinek világra csodálkozó töprengéseit (...) a gyöngéd és bölcs szülők éppúgy őrzik és irányítják, mint a (...) kudarcok. Ezekben a kedves elbeszélésekben az író elsősorban szüleinek állít emléket, akik jószívű, becsületes, de nagyon szegény emberek, és szeretettel, játékosan igyekeznek ellensúlyozni a nagy nyomort.” (Legeza Ilona könyvismertetője – részlet)

Mondathalmaz és szöveg

A kulcsszavak alapján észrevehettük, hogy az A. mondatok egyes mondatai különböző dolgokról szólnak: az első mondatban az ősnyelvről, a másodikban a rákosi viperáról, a harmadikban Madách művéről, a negyedikben pedig a mobiltelefonról van szó.

A B. mondatok legelső mondatában szó van egy közkeletű gyermekirodalmi műről, a *Kincskereső kisködmön*ről. A továbbiakban a beszélő ezt a **témát részletezi, olyanformán, hogy nem ismétli a címet, hanem körülírásokkal** utal rá: a „*művészi önéletrajz*”, a „*varázsos mű*”, a „*klasszikussá vált történet*”, a „*kedves elbeszélés*” kifejezésekkel a beszélő úgy oldja meg a témátartást, hogy közben elkerüli az ismétléseket.

Az elmondottakból nyilvánvaló, hogy első esetben **mondathalmazról** van szó, mert a mondatok között **nincs tartalmi összefüggés**, ezek a kijelentések teljesen véletlenszerűen kerültek egymás mellé. Másodjára már **szöveget** olvashattunk, mert a mondatok egymáshoz tartoznak, összefüggenek.

A szöveg

A szöveget a mondatok véletlenszerűen egymás mellett álló halmazától a szövegösszetartó erő (a szövegkohézió) különbözteti meg.

A szövegösszetartó erőt biztosító tényezők:

- témaazonosság
- szinonimák használata
- párhuzam, ellentét
- ok-okozati összefüggés
- nyelvtani kapcsolóelem (kötőszó, utalószó, névmás stb.)

A szöveg a legmagasabb szintű nyelvi egység, amely egymással összefüggő mondatok sorából áll, a teljesség és a lezártág érzetét kelti, kerek egésznek hat az általa közvetített gondolat.

A mondat

A nyelvtudomány többféle mondatípust különböztet meg különböző szempontok alapján. Most csak a szerkezeti csoportosítást vizsgáljuk.

Összetett mondat

Figyeljük meg az alábbi mondatot!

Ezekben a kedves elbeszélésekben az író elsősorban szüleinek állít emléket, akik jószívű, becsületes, de nagyon szegény emberek, és szeretettel, játékosan igyekeznek ellensúlyozni a nagy nyomort.

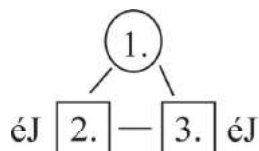
Ez a mondat három tagmondatból áll:

Ezekben a kedves elbeszélésekben az író elsősorban szüleinek állít emléket, ^{1/}akik jószívű, becsületes, de nagyon szegény emberek, ^{2/} és szeretettel, játékosan igyekeznek ellensúlyozni a nagy nyomort. ^{3/}

Vizsgáljuk meg a közöttük levő nyelvtani viszonyt!

Az első mondat a főmondat, amelynek jelentését kiegészíti a másik két értelmező jelzői mellékmondat. Az utóbbiak között mellérendelő kapcsolatos a viszony, melyet nyelvtanilag az *és* kötőszó jelöl.

A három mondat egymáshoz való kapcsolódását a következő ágrajz szemlélteti:



A tagmondatok közti kapcsolat lehet **mellérendelő** (a tagmondatok egyenértékűek) vagy **alárendelő** (a főmondat hiányzó mondatrészét a mellékmondat fejtí ki).

A mellérendelő összetett mondatok fajtái:

A mellérendelés fajtája	Jellegzetes kötőszók	Példa	Ágrajz
kapcsolatos	és, s, meg, is, sem, se, is...is, sem...sem, se...se, nemcsak...hanem...is	„Légy egy fűszálon a pici él ¹], s nagyobb leszel a világ tengelyénél. ² ” (József Attila)	
ellentétes	de, azonban, ellenben, mégis, mégsem, hanem	„Nem én kiáltok ¹], a föld dübörög. ² ” (József Attila)	
választó	vagy, vagy,,,vagy, akár...akár	„Dagassz gázlágnál kenyeret, ¹ vagy égess lukas vörös téglát. ² ” (József Attila)	
következtető utótagú	ezért, tehát, ennél fogva, így	„Minden reggel hideg vízben fürdetem gondolataimat, ¹ így lesznek frissek és épek. ² ” (József Attila)	
magyarázó utótagú	ugyanis, hiszen, tudniillik	„Tél lesz, ¹ ragyog a fagy s az éhhalál. ² ” (József Attila)	

Az alárendelő összetett mondatok fajtái:

Az alárendelés fajtája	Példa	Ágrajz
alanyi mellékmondat	„Az nem lehet, ¹ hogy annyi szív Hiába ontá vért. ² ” (Vörösmarty)	
állítmányi mellékmondat	Amilyen a mosdó, ¹ olyan a törülköző. ²	
tárgyi mellékmondat	„Szeretném, ¹ hogyha szeretnének. ² ” (Ady Endre)	
határozói mellékmondat	Addig üsd a vasat, ¹ amíg meleg! ²	
jelzői mellékmondat	„Oly korban éltem én a földön, ¹ mikor a költő is csak hallgatott. ² ” (Radnóti)	

Egyszerű mondat

Az egyszerű mondatban ugyanazokat a viszonyokat figyelhetjük meg, akár csak az összetett mondatban.

Az író szülei szeretettel, játékosággal igyekeznek ellensúlyozni a nagy nyomort.

Akiről beszélünk, az az alany, amit megállapítunk róla, az az állítmány.

Az alany és az állítmány között egyenrangú a viszony, együttesen alkotják a mondat központi magvát:

A szülei igyekeznek.

Ezt a tómondatot kiegészíthetjük bővítményekkel:

Az író szülei igyekeznek. (birtokos jelző)

*Az író szülei igyekeznek **ellensúlyozni**. (célhatározó)*

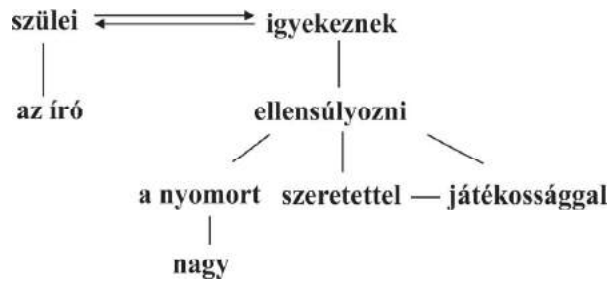
*Az író szülei **szeretettel** igyekeznek ellensúlyozni. (módhatározó /eszközhatározó)*

*Az író szülei szeretettel, **játékosággal** igyekeznek ellensúlyozni. (módhatározó /eszközhatározó)*

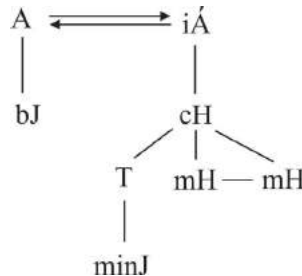
*Az író szülei szeretettel, játékosággal igyekeznek ellensúlyozni **a nyomort**. (tárgy)*

*Az író szülei szeretettel, játékosággal igyekeznek ellensúlyozni **a nagy** nyomort. (minőségjelző)*

A mondat szerkezeti ábrája így néz ki:



Az egyszerű mondat szerkezetét az ágrajz szemlélteti:



A szó szerkezetek

A szó szerkezeteknek három fajtája van:

a) **hozzárendelő szó szerkezet:** az alany és az állítmány alkotja

a fent elemzett mondatban: *a szülei igyekeznek*

b) **alárendelő szó szerkezet:** az alaptag (pl. alany, állítmány, más mondatrész) és a bővítmény (az alaptagnak lehet tárgya, határozója vagy jelzője) alkotja

Például: *az író szülei* (birtokos jelzős), *szeretettel ellensúlyozni* (módhatározós), *ellensúlyozni a nyomort* (tárgyas)

c) **mellérendelő szó szerkezet:** két vagy több azonos mondatrész között ugyanazok a viszonyok figyelhetők meg, mint az összetett mondatok esetében

Például: *szeretettel, játékosággal* (kapcsolatos)

A szófajok

Figyeljük meg, hogy az alábbi idézetben néhány szónak nincs önálló fogalmi jelentése!

„Lehunytja kék szemét az ég,
lehunytja sok szemét a ház,
dunna alatt alszik a rét –” (József Attila)

Az *a*, *az*, *alatt* szavaknak önmagukban nincs fogalmi jelentésük; egyáltalán nem, vagy csak korlátozottan toldalékolhatóak. Ugyanakkor mondatrész szerepet is csak egy másik szóval együtt töltenek be.

A versrészlet többi szava utal valamilyen valóságdarabra, toldalékokat vehet fel, önálló mondatrész lehet.

A szavakat jelentésük, alaki viselkedésük, valamint mondatbeli szerepük alapján szófaji csoportokba soroljuk.

A szavak jelentésük alapján kifejezhetnek cselekvést, tulajdonságot, élőlényeket, dolgokat, neveket, mennyiséget stb.

Az alaki viselkedés azt mutatja, milyen toldalékot vehet fel a szó.

A mondatbeli szerep azt jelöli, milyen mondatrész lehet egy szó.

A szófajok rendszere

I. Alapszófajok:

1. ige: írok

2. főnév: Gábor, könyv

3. melléknév: kedves, magasabb

4. számnév: öt, sok, ötöd

5. határozószó: távol, holnap

6. névmások

a) csak főnevet helyettesítő: én (személyes nm.), tied (birtokos nm.), maga (visszaható nm.), egymást (kölcsonös nm.)

b) főnevet, melléknévet és számnevet helyettesítő: ez (mutató nm.), milyen (kérdő nm.), ami (vonatkozó nm.),

valaki (határozatlan nm.), minden (általános nm.)

7. Igenevek

a) főnévi igenév: befejezni

b) melléknévi igenév: tanuló [diák], megtanult [dal], megtanulandó [ének]

c) határozói igenév: énekelve, dalolva

II. Viszonyszók

1. névelő: egy, az, a

2. névutó: alatt, után

3. igekötő: ki, be

4. kötőszó: és, is-is

5. módosítószó: nem, se, -e, vajon

III. Mondatszók

1. indulatszó: ó, jaj

2. mondatértékű módosítószó: igen, nem, ugyan, bizony

Az **alapszófajok** fogalmi jelentéssel bírnak, toldalékolhatók, bővítményeket vehetnek fel, önállóan mondatrész szerepet tölthetnek be.

A **viszonyszóknak** nincs önálló jelentésük, nem toldalékolhatók, nem bővíthetők, önállóan nincs mondatrész szerepük.

A **mondatszók** érzelmet, indulatot, akaratot fejeznek ki, nem toldalékolhatók, nem bővíthetők; önállóan nincs mondatrész szerepük, csak tagolatlan mondatként fordulhatnak elő.

A szavak jelentése

Mit jelent a *zöld* szó?

Erre a kérdésre nem olyan egyszerű válaszolni, mint ahogy első ránézésre tűnik, hiszen abban a mondatban, hogy *Felvette a kedvenc zöld ruháját* egyértelműen a színről van szó. Ha azonban más mondatba kerül ugyanez a szó, akkor rögtön megváltozhat a jelentése:

Kimegyünk a zöldbe.

Zöldfülű vagyok ebben a kérdésben.

Hozz egy kis zöldet a levesbe!

Adj egy kis zöldet a nyulaknak!

Ez a szőlő még zöld.

(közlekedési lámpánál) Zöld!

Az első példamondatban az *özd* a természetet jelenti, a másodikban a *hozzá nem értést*, majd rendre a *fűszernövényt*, a *fiúvet*, az *éretlent*, az utolsó mondatban meg azt, hogy *lehet menni, szabad az átjárás*. Mindezekből látható, hogy a szó jelentése a szövegkörnyezetben tárul fel.

Hangalak és jelentés

Minden szó hangalak és jelentés egysége. A **hangalak** az a betűsor vagy hangsor, amelyet kiejtünk, hallunk / leírunk, a **jelentés** pedig az a fogalom, amire gondolunk a hangalak kapcsán.

A hangalak és a jelentés viszonya alapján a szavakat a következőképpen csoportosíthatjuk:

- Egyjelentésű szavak:** a hangsor csak egyetlen jelentést idéz fel. Kevés ilyen szó van a magyar nyelvben: általában az összetett szavak és – az elsősorban idegen eredetű – szakkifejezések (*atomreaktor, prímszám, vasoxid, szubtrópusi* stb.).
- Többjelentésű szavak:** egy hangsorhoz több összefüggő, egymásból levezethető jelentés kapcsolódik. Egy eredeti, alapjelentés mellé később kialakulnak a másodlagos jelentések is (*zebra, levél, lenéz, kormány, körte* stb.).
Például: *Ősszel érik a körte.* (= gyümölcs neve)
Becsavarta a körtét a foglalatba. (= világításra szolgáló eszköz)
- Azonos alakú szavak:** a hangalak azonos, de a különböző jelentések között nincs semmiféle kapcsolat vagy összefüggés, csak véletlen az alaki egybeesés. Az azonos alakú szavak a különféle szövegkörnyezetben gyakran más szófajúak (*tűz, korom, ég, fog, sír* stb.).
Például: *Szalagot tűz* a hajába. (ige)
A tűz nagy lángokban csapott fel. (főnév)
- Rokon értelmű szavak:** a hangalakjuk különböző, a jelentésük azonban hasonló (*mond – beszél, kutya – eb, fut – szalad, kerékpár – drótszámár* stb.). Nem mindegy mégsem, hogy mikor melyiket használjuk, a közlés céljának, a kifejezendő gondolati és hangulati tartalomnak megfelelően kell kiválasztani a megfelelő szót.
Például: *A polgármesteri hivatal betiltotta a kerékpár* használatát a köztereken. (hivatalos nyelvhasználat)
*Felpattant a drótszámár*ra, és úgy elkarikázott, hogy estig nem is hallottunk híret. (bizalmas közlés)
- Hasonló alakú szavak:** a hasonló hangalakhoz eltérő jelentés társul (*megy – megggy, egyelőre – egyenlőre, helység – helyiség, gondtalan – gondatlan* stb.). Vigyázz arra, hogy a nyelvhasználat során ne cseréld fel ezeket a szavakat!
Például: *Egyelőre* nem foglalkozom ezzel az ügyel. (= most, pillanatnyilag)
A mérkőzés egyenlőre végződött. (= egyforma eredménnyel)
- Ellentétes jelentésű szavak:** a különböző hangalakokhoz ellentétes jelentésű szavak tartoznak (*szép – csúnya, érdekes – unalmas, színes – színtelen fiú – lány* stb.).
- A fenti esetekben a szavak hangalakja és jelentése között csupán a hagyomány és a megszokás teremt kapcsolatot. Vannak azonban olyan szavaink, amelyeknek a hangalakja és jelentése között szorosabb az összefüggés. Ilyenek a **hangutánzó** (*csörren, kukorékol, csilingelés*) és a **hangulatfestő szavak** (*andalog, tutyimutyi, elkótyavetyél, pepecsel*).

A szóelemek

Hasonlítsuk össze az alábbi mondatokban kiemelt szavakat, figyeljünk a szóvégződésekre!

„*Száll az ének szájrul szájra*” (Arany János)

„*Csak az énekel, aki vár valakit*” (Hervay Gizella)

„*Most elmondom, mid vagyok, mid nem neked.*”

Vártál, ha magadról szép éneket,

dicsérő éneked én nem leszek,

mi más is lehetnék: csak csönd neked.” (Bereményi Géza)

A kiemelt szavakban könnyen észrevehető a közös tő, az ének.

Az első idézetben az ének szó szótári alakban, toldalék nélkül jelenik meg. A második mondat éneke/ szava ige: a képző révén egy teljesen új szó jött létre. Ahhoz, hogy ugyanez a szó a mondatban a tárgy szerepét tölthesse be, ragot illesztettünk hozzá, a **-t** tárgyragot (*éneket*). Negyedik előfordulásakor birtokviszonyt fejez ki, amelyet a **-d** birtokos személyjel jelöl (*éneked*). A szavak szóelemekre – **szótőre** és **toldalékokra** – bonthatók.

A **képző** új szót hoz létre, megváltoztathatja a szó szófaját is. A tő után áll, megtűr maga mellett más képzőt is, állhat utána jel és rag. Például: *vadász, vadászat, írás* (névszóképzők); *szépül, nagyít, szóz* (igeképzők); *olvasni* (főnévi igenév képzője).

A **jel** nyelvtani jelentést hordoz, árnyalja a szó jelentését, nem változtatja meg szófaját. Rendszerint a tő vagy képző után áll, megtűr maga mellett más jeleket is. Például: *emberek* (többes szám jele); *olvasna, olvasná, írj* (módjelek); *nézett* (múlt idő jele).

A **rag** szintén nyelvtani jelentést hordoz, kijelöli a szó mondatbeli szerepét. Szóalakzáró elem, más toldalék nem követheti, csak egy lehet belőle egy szóalakban. Például: kert**ben**, kalapáccsal, anyá**nak** (határozóragok); képet (tárgyrag); kérsz (igei személyrag).

A **kötőhang** az ejtést könnyítő magánhangzó a szótő és a toldalék között.

A beszédhang

Figyeljük meg az alábbi verssorok hangzását!

„hallgatom a fák lehulló

Levelének lány nesztét.” (Petőfi Sándor)

A feltűnően nagy számban előforduló lány hangok különösen kellemes hangzást kölcsönöznek az idézetnek.

A **beszédhang**oknak nincs önálló jelentésük, csak jelentésmegkülönböztető szerepük van: a szóelemek és a szavak közötti különbségtételt segítik, ugyanakkor hangulatot közvetítenek.

A szavak hangokból épülnek fel.

A **hang a nyelv legkisebb, tovább már nem bontható egysége**. A hangok kapcsolódási szabályszerűségeit magánhangzók esetében a hangrendi illeszkedés, mássalhangzóknál a mássalhangzótörvények szabják meg.

FELADATOK

Olvasd el z alábbi szöveget, majd oldd meg a feladatokat!

„**Ez** volt életem legizgalmasabb napja! Ezt egészen biztosan mondhatom, pedig csak tízéves meg nyolc és fél hónapos vagyok.

Május 26-a volt, vasárnap reggel nyolc óra. **Vagy** fél kilenc. Sajnos nem néztem meg az órát. Pedig a **titkos** naplomba mindig pontosan leírom, hogy hány órakor történt velem **valami** fontos. De amikor kinéztem a kertbe, annyira meglepődtem, hogy az óra eszembe se jutott.

Nem hittem a szememnek!

A macskánk a bokrok között **rohangálva** kergette a kutyánkat! Bobi futott, ahogy bírt, átszaladt a veteményesen, aztán végig a kerítés **mellett** vissza a ház felé, majd a lépcsőnél irányt változtatott, és a virágágyáson át az almafához rohant. **Cirmi** meg száguldott utána, de teljes erőből, ahogy a Bobi szokott. Rögtön tudtam, mi történt!

Ricsi, az öcsém nem volt itthon. Ő (...) apunál volt, így aztán én láttam **meg** először az óriási titkot. Én! Én! Legelőször én! A két szememmel láttam, ahogy Bobi felugrik az almafa alsó, vastagabb ágára, megfordul, és a hátát megörbítve, mint egy igazi cica, a macskára **vicsorít**. A Cirmi meg a két mellső mancsával a fa törzsének támaszkodott, ahogy Bobi szokta, és vadul nyávogott, mintha ugatna: Nyau-nyau-nyau-nyau!

Hú, de összeszorult a gyomrom! Mint amikor Gyökgyula tanár úr dogát írat, pont úgy.

Nem hiszem el! Hát ez óriási! Kicserélte a kutyánkat a macskánkra, meg fordítva. Vagyis összecserélte **öket**. Mármint az agyukat. Vagyis nem az agyukat – De buta vagyok! –, csak **ami** az agyukban van. Amit éreznek meg gondolnak. Kicserélte a lelküket. Szóval, amitől a macska macska, a kutya meg kutya, azt átvitte a másik állat fejébe. Vagyis agyába. De nem ám operációval! (...) Ő gyógyszerrel meg árammal, vagyis elektródákkal meg számítógépes programmal csinálta a csereberét.” (Nógrádi Gábor: Az anyu én vagyok – részlet)

1. Elemezd az alábbi egyszerű mondatot! Készítsd el az ágrajzát!

A macskánk a bokrok között rohangálva kergette a kutyánkat!

2. Egészítsd ki az alábbi mondatokat a zárójelben megadott bővítményekkel!

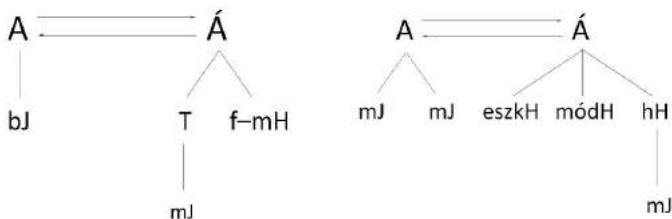
Sajnos nem néztem meg az órát. (időhatározó)

Nem hittem a szememnek! (mennységjelző)

Nem hiszem el! (tárgy)

Cirmi meg száguldott utána. (társhatározó)

3. Alkoss az alábbi ágrajzoknak megfelelő mondatokat!



4. Az utolsó bekezdés melyik mondata felel meg az egyes halandzsa mondatoknak?

a) Tecsomszizta a péminket a fultánkra, (...)

b) Pökumálta a fárgukat.

5. Írj ki a szövegből egy helyhatározós, egy tárgyas és egy minőségjelzős szó szerkezetet!
6. Nevezd meg az alábbi szó szerkezetek fajtáját!
a fa törzsének –
titkos naplómba –
hátát meggörbítve –
almafához rohant –
vadul nyávogott –
annyira meglepődtem –
hittem a szememnek –
Ricsi, az öcsém –
programmal csinálta –
7. Csoportosítsd az adott szó szerkezeteket aszerint, hogy hozzárendelő, mellérendelő vagy alárendelő szó szerkezetek!
 összeszorult a gyomrom; én láttam meg; a macskára vicsorít; legizgalmasabb napja; alsó, vastagabb; gyógyszerrel meg árammal; összezsérelte őket; éreznek *meg gondolnak*; *Bobi felugrik*
8. Nevezd meg a szövegben kiemelt szavak szófaját!
9. Bizonyítsd mondatalkotással, hogy az alábbi szavak több szófaji értékben is megjelenhetnek!
meg, fél, vagy, az, hát, vad, nem, mi
10. Írj ki a szövegből egy-egy példát *felsőfokú melléknévre, igekötős igére, ragos főnévre, ható igére, műveltető igére!*
11. Nevezd meg az adott szavak szófaját, majd képezz belőlük egy-egy más szófajú szót!
nap, vastag, érez, cica, gyógyszer
12. Nevezd meg az alábbi szavak kiemelt szóelemeit!
almafához, agyukat, életem, kerítés, gondolnak
13. Bontsd szóelemekre az alábbi szavakat!
meggörbítve, ugatna, mondhatom, macskánkra, pontosan
14. Az első két bekezdés melyik szava felel meg az egyes szó szerkezeti képleteknek?
 $T+R$
 $T+K+R$
 $T+J+R$
 $T+K$
 $T+T+K+J+R$
15. Toldalékolj az alábbi szavakat a zárójelben megadott szóelemekkel!
almafa (tárgyrag)
én (határozórag)
tanár (többes szám jele)
óra (birtokos személyjel)
kicszerél (múlt idő jele)
mond (gyakorító igeképző)

16. gyakorló feladatsor (<https://rocnee.eu/testeantrenament>)

Hasznos tanácsok a vizsgafeladatok kidolgozásához:

- Használd ki a rendelkezésedre álló időt!
- A megadott szövegeket figyelmesen kell elolvasnod, úgy, hogy megértsd az olvasottakat. Amennyiben a szöveg hosszabb terjedelmű vagy bonyolultabb felépítésű, és belegabalyodsz az olvasottakba, még egyszer, akár többször is neki kell rugaszkodnod az olvasásnak. Érdemes mindig attól a résztől újratekerned az olvasást, ahol elakadtál a megértésben.
- A figyelmes elolvasás a felhívó szövegekre is vonatkozik. Pontosan meg kell értened, hogy mit kér a feladat, és az utasításoknak megfelelően kell dolgoznod.
- A megoldások kidolgozásánál használhatod a piszkozatlapot. Ezen a lapon rendszerezheted gondolataidat, javíthatod, átfogalmazhatod az ötleteidet. Vigyázz, az értékelésnél csak azt veszik figyelembe, amit a vizsgalapra írtál! A fogalmazások elkészítésénél érdemes először vázlatot készítened (a piszkozatlagra), és a vázlat alapján dolgoznod a kész szövegen (a vizsgalapon).
- Törekedj a pontos, egyértelmű, nyelvi igényes fogalmazásra! Ne feledkezz meg a helyesírásról sem!
- A megoldásaidat át kell nézned, a tévedéseidet a felvigyázó tanárok utasításainak megfelelően javíthatod ki

I.

45 pont

Olvasd el figyelmesen az alábbi szöveget, válaszolj a hozzá kapcsolódó kérdésekre, oldd meg a feladatokat!

„– El van intézve! – jelentette ki biztató mosollyal Vilmos atya. – A nyaralást én fogom megszervezni. Ebből rögtön tudtuk, hogy most rémes dolgok következnek. Ha ugyanis Vilmos atya kijelenti, hogy „El van intézve!”, az azt jelenti, hogy egyáltalán nincs elintézve, sőt nem is lesz, vagy ha igen, akkor csak valamikor a messzi-messzi ködös távolban, és semmi esetre sem úgy, ahogy azt józan ésszel elgondolná az ember; hanem valahogy egészen másként, meglepő bakugrással, olyan fantasztikusan, mint egy repülő csészealj. De persze mindez lehet fordítva is. Mert megesett már, hogy Vilmos atya kijelentette: „El van intézve!”, mire mi tudomásul vettük, hogy nincs elintézve, s másnapra Vilmos atya elintézte gyorsan, hibátlanul azt a valamit, s csodálkozott azon, hogy mi csodálkozunk. [...] Szóval Vilmos atya csodálatos ember. Ez attól van, hogy rendkívül élénk a képzelete. Ha valamit elgondolt magában, akkor azt képzeli, hogy az tulajdonképpen meg is valósul. Ő ugyanis a jellegzetes alapkö-lerakó fajtájához tartozik. Vagyis imád alapítani, lerakja az alapkövet, aztán a többi mireánk, köznapie emberekre bízva, míg továbbáll egy házzal, s újabb alapításoknak gyürkőzik neki. Ebből aztán remek dolgok sülnek ki.

Így alapított nemrégiben gombatelepet a mi pincénkben. Az apu költségére lehordatott amnyi trágyát a pincébe, hogy a bűdösséget tulajdonképpen máig sem sikerült kiszellőztetni. Aztán megvásárolt – ugyancsak az apu költségére másfél tucat gombatenyésztési szakkönyvet, s minden este felolvasott nekünk belőle, úgyhogy éjszaka légyölő galócának álmodtuk magunkat, s piros pettyes kalapunkat emelgetve köszöngtünk a dongóknak meg döglegyeknek. Ez persze csak a kezdet volt. A trágya elteretése után, amit kettőnknek kellett elvégeznünk apuval, s igazán rémes volt, nemcsak azért, mert a trágya bűdös, hanem azért, mert utána mindig fürdeni kellett, szóval a trágyázás után Vilmos atya körbetelefonálta az összes ismerőseinket, s megkérdezte, hogy mennyi csiperkegombára tartanak igényt. Aztán táblázatba foglalta az igényeket, a dátumot, a mennyiséget, mind különböző színű tintával jegyezve be a táblázatba. Gyönyörűséges munka volt.

Aztán... aztán bekövetkezett az a bizonyos pillanat, amikor Vilmos atya úgy érezte, hogy most már éppen eleget tett gombatenyésztésünk érdekében. Tehát eltűnt, felszívódott, megsemmisült. [...] Mi ez alatt vártunk. Vártuk Vilmos atyát, s még inkább vártuk, mikor dugják elő selymes, hófehér kalapocskájukat az első csiperkegombák a Vilmos atya által költőien televénynek elkeresztelt trágyadombból. Nem dugták, csak a bűdösség vált egyre szúrósabbá.

A szomszédok először nekünk panaszkodtak, aztán a miliciának, végül cikket írtak ellenünk az újságban. A cikk megjelenésének napján összeverődtek kapunk előtt, s az újságot rázva durva szavakat kiabáltak ablakaink felé. Egy néni azt vitotta, hogy apu biztosan kiirtotta a családját, s a pincében rejtette el a hullákat. A hangulat egyre fenyegetőbbé vált.

Ekkor apu gyorsan kiállított bennünket az erkélyre, engem, vagyis Öcsit, Krisztinkát meg anyut. Ha azt gondolják, hogy ettől lecsillapodtak a szomszédok, akkor nagyon rosszul tetszik ismerni az embereket. Családunk megjelenése, ha lehetséges, még jobban felháborította az utca népét. Egyesek már tömeggyilkosságot emlegettek, s talán be is törtek a ház kapuját, ha apu ki nem áll az ablakba, s nem tart szónoklatot a tömegnek egy-egy kiló első osztályú csiperkét ígérvé minden családnak.” (Méhes György: *Tatárok a tengeren* – részlet)

1. feladat: Mutasd be a szöveg alapján 4–5 mondatban Vilmos bácsit!

5 pont

A feladat megoldásának első lépése, hogy kikeressük a szövegből azokat a részeket, amelyekből megtudunk Vilmos 'atyáról' valamit. Ezek az információk közvetlenül is megjelenhetnek a szövegben az elbeszélői bemutatásokból, de vannak olyan információk is, amelyeket nekünk kell kikövetkeztetnünk a szereplő viselkedése, beszéde, gondolkodása, a többi szereplőhöz fűződő viszonya alapján. Az is értékes útbaigazítást adhat, ha megfigyeljük, hogyan láttatja a narrátor a többi szereplő szemével. A kidolgozásban észrevételeinket mindig igazoljuk a szöveg odaillő részleteivel, akár idézhetünk is.

LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

A *Vilmos atya* megnevezés már sejteti, hogy az elbeszélő számára nem idegenről van szó, s a továbbiakban ez a sejtés beigazolódik: olyan tevékenységek, mint a nyaralás megszervezése vagy a gombatenyésztés a narrátor családjának pincéjében, csak egy közeli rokonnak vagy barátnek tulajdoníthatók. Vilmos atya a részlet **főszereplője**, az elbeszélő az ő leleményes, nem mindenkinek tetsző, hétköznapi logikával furcsának tűnő problémamegoldásait mutatja be humoros hangnemben, enyhe iróniával.

Ő a meghiúsult gombatenyésztés eseménysorának kitalálója, kulcsfigurája. Végig az elbeszélő nézőpontjából látjuk, így egy olyan szereplő jelenik meg a szemünk előtt, aki meglepő ötleteivel sok bosszúságot okoz rokonainak. Az alkalmazott jellemzési eljárások között megtaláljuk mind a közvetleneket („*Vilmos atya csodálatos ember... rendkívül élénk a képzelete...*”), mind a közvetetteket. A főhőst elsősorban cselekedetei, tettei jellemzik: ötletei (például a gombatenyésztés) nemcsak bosszantják a többi családtagot, hanem általában kellemetlen helyzetbe is hozzák őket, amelyek megoldását már másra ’bizza’, egyszerűen továbbáll, újabb „alapkövet lerakni.”

2. feladat: Hogyan járul hozzá Vilmos bácsi a gombatenyésztési projekthez?

5 pont

A feladat helyes megoldásához el kell olvasnunk újra a gombatenyésztésről szóló részt, majd saját szavainkkal meg kell fogalmaznunk a választ.

LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

Vilmos atya a gombatenyésztési terv ötletgazdája: részleteiben kidolgozza végrehajtásának lépéseit a televény létrehozásától a nagy csiperkehozam álmáig. Bele is vág a megvalósításba: trágyát hozat, de jellemző módon nem a saját, hanem a más költségén, helyszínen sem a saját, hanem a más pincéjét használva. A konkrét munkavégzést nem vállalja, megteszi más helyette. Tervét nem viszi végbe, kihátrál, marad utána a felfordulás, a szomszédokkal való összetűzés, másra hagyja a konfliktus megoldását.

3. feladat: Írj ki a szövegből egy humoros részletet, és magyarázd, mi a komikum forrása!

6 pont

A feladat helyes megoldásához fel kell elevenítenünk az irodalmi szövegekben megjelenő komikumról tanultakat. Tudjuk, hogy a komikumnak három típusát különböztetjük meg: a helyzet-, a jellem-, valamint a nyelvi komikumot. Ezután ki kell választanunk a humoros részletet, amelyben a komikum forrásait vizsgáljuk.

LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

„*Mi ez alatt vártunk. Vártuk Vilmos atyát, s még inkább vártuk, mikor dugják elő selymes, hófehér kalapocskájukat az első csiperkegombák a Vilmos atya által költőien televénynek elkeresztelt trágyadombból. Nem dugták, csak a bűdösség vált egyre szúrósabbá. A szomszédok először nekünk panaszkodtak, aztán a miliciának, végül cikket írtak ellenünk az újságban. A cikk megjelenésének napján összeverődtek kapunk előtt, s az újságot rázva durva szavakat kiabáltak ablakaink felé. Egy néni azt visította, hogy apu biztosan kiirtotta a családját, s a pincében rejtette el a hullákat. A hangulat egyre fenyegetőbbé vált. Ekkor apu gyorsan kiállított bennünket az erkélyre, engem, vagyis Öcsit, Krisztinkát meg anyut. Ha azt gondolják, hogy ettől lecsillapodtak a szomszédok, akkor nagyon rosszul tetszik ismerni az embereket. Családunk megjelenése, ha lehetséges, még jobban felháborította az utca népét. Egyesek már tömeggyilkosságot emlegettek, s talán be is török a ház kapuját, ha apu ki nem áll az ablakba, s nem tart szónoklatot a tömegnek egy-egy kiló első osztályú csiperkét ígérve minden családnak.*”

Megfigyelhetjük, hogy a komikumnak két típusa: a helyzet- és a nyelvi komikum jelenik meg a részletben. Maga a fura *helyzetből fakadó tévedések és a félreértések* képezik a helyzetkomikum alapját: a szomszédok a pincében létrehozott „televény”, azaz trágyadomb bűdösségét hullaszagnak tulajdonítják. A részlet egy fonák helyzetet mutat be, melyben cselekvés és gondolat, szándék és megvalósulás között mulatságos ellentét van. A *túlzás* a humor másik forrása. Komikus hatást vált ki, hogy nem összeillő jelenségek kerülnek egymás mellé: a gyilkosság vádját úgy tereli el a családfő, hogy családját az erkélyre állítja. A képtelenség, az eltérés az elvárttól, a megszokottól a nevetségesség hatását kelti.

A nyelvi humor tetten érhető az *ismétlésben* („*Mi ez alatt vártunk. Vártuk Vilmos atyát, s még inkább vártuk, mikor dugják elő selymes, hófehér kalapocskájukat az első csiperkegombák...*”), az *ellentétben* („*Nem dugták, csak a bűdösség vált egyre szúrósabbá.*”).

Meg kell említeni a rejtett gúny jelenlétét. A narrátor végig szelíd iróniával beszél a Vilmos atya ténykedéseiről, főleg azok hatásáról: „...*Vilmos atya által költőien televénynek elkeresztelt trágyadomb.*”

4. feladat: Értelmezd a szöveg alapján az alábbi szavakat, kifejezéseket: *alapkő-lerakó; televény!*

4 pont

Egy szó vagy kifejezés jelentése a szövegkörnyezetből derül ki, előfordulhat, hogy ugyanaz a szó vagy kifejezés egy másik mondatban teljesen más jelentést kap.

Vissza kell tehát térnünk a szöveghez, ki kell keresnünk, hol, milyen mondatban fordul elő a megadott kifejezés, és a teljes gondolat alapján fogalmazzuk meg értelmezésünket.

LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

„...*a Vilmos atya által költőien televénynek elkeresztelt trágyadomb...*” = eredetileg szerves eredetű anyagban gazdag talaj; zsíros termőtalaj; *itt: Vilmos atya az elbeszélő által idegesítőnek tekintett trágyadombot nevezi televénynek*

„*Ő ugyanis a jellegzetes **alapkő-lerakó** fajtájához tartozik., lerakja az alapkövet...*” = elsődleges jelentésben az alapkő üreggel ellátott rész a leendő építmény alapjában, átvitt értelemben pedig szilárd alap, amelyről egy dolog létrejött

függ. Szövegünkben a másodlagos jelentés érvényesül: a kreatív, leleményes emberre vonatkozik. Az elbeszélő meg is magyarázza, („*Vagyis imád alapítani*”), a folytatásban egyértelművé válik az enyhe ironia („... *lerakja az alapkövet, aztán a többit mireánk, köznapire emberekre bízta, míg továbbáll egy házzal, s újabb alapításoknak gyürkőzik neki*”)

5. feladat: Elemezd a következő egyszerű mondatot, és készítsd el az ágrajzát!

5 pont

Így alapított nemrégiben gombatelepet a mi pincénkben.

A feladat helyes megoldásához fel kell elevenítenünk az egyszerű mondat szerkezetéről tanultakat. Mondatelemzés során kikeressük és megnevezzük a mondatrészeket. Az ágrajz elkészítése az egyes mondatrészek egymáshoz való kapcsolódásának ábrázolását jelenti.

Első lépésként a hozzárendelő szerkezetet, vagyis a mondat alanyát és állítmányát keresd ki, ezután figyeld meg, hogy miképpen kapcsolódnak a bővítmények a fő mondatrészekhez!

Jusson eszedbe, hogy önálló mondatrész értéket csak az alapszófajok kaphatnak, a többiek (viszonzók és mondatzók) nem. A mondatrészeket a sajátos kérdések, a mondatbeli jelentés, valamint a nyelvi logika alapján ismered fel.

MEGOLDÁS:

Kiről beszélünk a mondatban? Vilmos atyáról, de ezt az információt a szövegösszefüggésből kell kiderítenünk, tehát **rejtett alannyal** van dolgunk. **Mit állítunk róla?** Azt, hogy (valamit) *alapított*. Ez a mondatrész a mondat egyik alappillére, az **állítmány**. Mivel szófajilag ige, ezért logikus, hogy *igei állítmánnyal* van dolgunk. A **mit** (alapított)? kérdésre a *gombatelepet* **tárgy**, a **mikor** (alapított)? – ra a *nemrégiben* **időhatározó**, a **hogyan** (alapított)? – ra az *így* **módhatározó**, a **hol** (alapított)? kérdésre pedig a *pincénkben* **helyhatározó felel**. Ez utóbbinak bővítménye a *kinek a* (pincéjében)? kérdésre felelő **mi birtokos jelző**.



6. feladat: Nevezd meg az alábbi mondatban aláhúzott szavak szófaját!

5 pont

Vagyis imád alapítani, lerakja az alapkövet, aztán a többit mireánk, köznapire emberekre bízta, míg továbbáll egy házzal, s újabb alapításoknak gyürkőzik neki.

A feladat helyes megoldásához fel kell elevenítenünk a szófaji csoportokról tanultakat, azt, hogy a szavakat jelentésük, alaki viselkedésük, valamint mondatbeli szerepük alapján soroljuk a különböző szófaji csoportokba. Meghatározó ebben az esetben is, hogy a szavakat a szövegösszefüggésben kell vizsgálnunk, nem abból kiragadva.

MEGOLDÁS:

alapítani: az *alapít* igéből a –ni képző segítségével **főnévi igenevet** képeztünk

mireánk: a *mi* személyes névmáshoz a –ra/–re ragot illesztve a *ránk* szóalakot kapjuk (a *reánk* ennek egy másik formája, amelyet regionális köznyelvi alaknak nevezünk), tehát **személyes névmás ragos alakja, határozószónak** is tekinthető

köznapire: a *köznap* főnévből az –i képző segítségével **melléknév** lett

bízta: jelentése szerint cselekvést kifejező szó, tehát **ige**

7. feladat: Írd meg a gombatenyésztés történetének folytatását 10–15 mondatban!

15 pont

A feladat kidolgozásánál az alábbiakat kell szem előtt tartanod:

- az egyes cselekménymozzanatoknak nagyrészt ok-okozati összefüggésben kell állniuk
- tématarítás: figyelembe kell vened a feladatban kijelölt beszédhelyzetet, vagyis az elbeszélő szöveg témájának igazodnia kell a gombatenyésztés történetének előzményeihez
- figyelned kell az elbeszélő személyére: kívülálló, korlátozott tudású, mindentudó egyes szám 3. személyben megszólaló narrátorról van-e szó vagy olyan egyes szám 1. személyű elbeszélőről, aki maga is szereplője (mint jelen esetben), esetleg csak szemlélője a történéseknek
- hitelesség: a megadott szövegből megismerhettük a hősök jellemét, ezt az elbeszélő szövegnek tükröznie kell; igazodnod kell a szöveg hangneméhez, stílusához is
- Tartsd a megadott terjedelmi elvárásokat!
- Fogalmazz igényesen, választékosan!
- Figyelj a helyesírásra is!

ÎNTREBĂRILE MELE - NOTIȚE / KÉRDÉSEIM - JEGYZETEIM

A series of horizontal dotted lines for writing notes or questions.

A jelen kiadvány az online oktatásból kimaradt nyolcadik osztályos tanulók vizsgára történő felkészülésének támogatását szolgálja.

Létrejött Hargita megye Tanácsa kezdeményezésére és támogatásával,
Hargita megye Tanfelügyelősége szakmai koordinálása és Kovászna megye Tanfelügyelősége szakmai partnersége eredményeként.

*

Prin prezenta publicație inițiatorii proiectului doresc să sprijine în primul rând pregătirea pentru Evaluarea Națională a elevilor din clasa a 8-a care nu au avut posibilitatea să participe la învățământul în mediul online.

Un proiect inițiat și finanțat de Consiliul Județean Harghita, realizat prin coordonarea de specialitate a Inspectoratului Școlar Județean Harghita, în parteneriat cu Inspectoratul Școlar Județean Covasna.

*

Echipa proiectului / A projektcsapat tagjai

Coordonatori proiect/Projekt koordinátorok:

Ferencz-Salamon Alpár,

consilier judetean /megyei önkormányzati képviselő

Demeter Levente,

inspector școlar general – jud. Harghita / főtanfelügyelő - Hargita megye

Kiss Imre,

inspector școlar general – jud. Covasna / főtanfelügyelő - Kovászna megye

Echipele de lucru/Szakmai csapatok

Limba și literatura română

Bartolf Hedwig

Bandas Luminița-Ramona

Bors Kinga

Császár Tünde Márta

Magyar nyelv és irodalom

Dáné Szilárd

Bogács Nóra Ágnes

Kőmíves Noémi

Orbán Boróka

Matematică/Matematika

Hodgyai László

Császár Sándor

Deák Zsuzsánna

Molnár Klára

Hodgyai Mária-Magdolna

$$E=mc^2$$



Consiliul Județean Harghita
Harghita Megye Tanácsa



Asociația pentru Județul Harghita
Harghita Megyéért Egyesület



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN HARGHITA
HARGHITA MEGYE
TANFELÜGYELŐSÉGE



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA
KOVÁSZNA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII